

**MIKOVINY SÁMUEL FÖLDTUDOMÁNYI DOKTORI ISKOLA**

A Doktori Iskola vezetője:

Dr. Lakatos István

akadémikus

**RUGALMAS HULLÁMOK TERJEDÉSI  
JELLEMZŐINEK NYOMÁSFÜGGÉSE - ÚJ  
KÖZETFIZIKAI MODELLEK**

DOKTORI (PHD) ÉRTEKEZÉS

Írta:

**SOMOGYINÉ MOLNÁR JUDIT**

Tudományos vezető:

**DR. DOBRÓKA MIHÁLY**

egyetemi tanár

a műszaki tudomány doktora

**Miskolci Egyetem**

**Geofizikai Tanszék**

**Miskolc**

**2013**

## **Témavezetői ajánlás**

**Somogyiné Molnár Judit**

***"Rugalmas hullámok terjedési jellemzőinek nyomásfüggése - új  
kőzetfizikai modellek "***

**című doktori (PhD) értekezéséhez**

A doktori (PhD) értekezés témájául választott kőzetfizikai jelenség – a terjedési jellemzők nyomásfüggése - évtizedek óta a nemzetközi szakmai érdeklődés előterében áll. A dolgozatban bemutatott eredményeivel a Jelölt a kőzetfizikai modellalkotás tématerületét gazdagítja azáltal, hogy a jelenség magyarázatára - a szakirodalomban leginkább elfogadott két kvalitatív elgondolásra alapozva - kvantitatív modelleket állít fel, majd azok megfelelőségét laboratóriumi mérési adatok felhasználásával igazolja.

A kőzetfizikai modellek megalkotása során a Jelölt minden esetben két modelltörvényt állít fel: az első a jelenség leírásában releváns extenzív mennyiség nyomásfüggését, a második pedig az extenzív mennyiség terjedési jellemzővel való összefüggését szabályozza (egy-egy differenciálegyenlet formájában). Ezt a gondolati sémát követve a rugalmas hullám fázissebességét és a csillapodást leíró jósági tényezőt a kőzetnyomás függvényében leíró modelleket állít fel és igen egyszerű és szellemes megoldást ad az akusztikus hiszterézis leírására.

A bevezetett fenomenológikus kőzetfizikai modellekben szereplő modellparaméterek meghatározására Jelölt inverziós eljárásokat dolgozott ki, majd ezekre alapozva (saját mérések adatai, ill. a szakirodalomban közölt mérési adatok alapján) a paramétereket meghatározza. Az eljárás a

modellparaméterek meghatározásának (becslésének) hibáját is előállítja. Ezek az inverziós eredmények a kidolgozott közetfizikai modelleket messzemenően igazolják.

Értekezésében a Jelölt a kitűzött tudományos feladat igényes, a modellek egyszerű matematikai tárgyalása és a kidolgozott független-, ill. együttes inverziós eljárások bevezetése tekintetében pedig kifejezetten elegáns megoldását adja meg és aktuális területen új tudományos eredményekre jut. A dolgozat a formai követelményeknek megfelel.

Mindezek alapján az értekezés nyilvános vitára bocsátását és Jelölt részére a doktori (PhD) cím odaítélését jó szívvel és melegen javaslom.

Miskolc, 2013. március 22.

(Dobróka Mihály)  
egyetemi tanár  
a műszaki tudomány doktora

## Tartalomjegyzék

SUMMARY .....	I
<b>1. BEVEZETÉS.....</b>	<b>- 1 -</b>
<b>2. A RUGALMAS HULLÁM JELLEMZŐINEK NYOMÁSFÜGGÉSE - IRODALMI ELŐZMÉNYEK.....</b>	<b>- 4 -</b>
2.1. A TERJEDÉSI SEBESSÉG NYOMÁSFÜGGÉSE .....	- 4 -
2.1.1. <i>A nyomásfüggést magyarázó kvalitatív következtetések.....</i>	- 4 -
2.1.2. <i>A nyomásfüggés regressziós vizsgálata.....</i>	- 5 -
2.2. AZ ABSZORPCIÓS TÉNYEZŐ, ILL. JÓSÁGI TÉNYEZŐ NYOMÁSFÜGGÉSE .....	- 6 -
2.2.1. <i>A leggyakoribb mérési módszerek .....</i>	- 7 -
2.2.2. <i>Az abszorpciós tényezőre kidolgozott közetfizikai modellek.....</i>	- 8 -
2.3. AZ IRODALMI ELŐZMÉNYEK KRITIKAI ÉRTÉKELÉSE .....	- 10 -
<b>3. KÖZETFIZIKAI MODELL FELÁLLÍTÁSA A LONGITUDINÁLIS TERJEDÉSI SEBESSÉG NYOMÁSFÜGGÉSÉNEK MAGYARÁZATÁRA.....</b>	<b>- 11 -</b>
3.1. KÖZETFIZIKAI MODELL FELÁLLÍTÁSA A MIKROREPEDÉSEK ALAPJÁN .....	- 14 -
3.1.1. <i>A mikrorepedés koncentráció nyomásfüggése.....</i>	- 14 -
3.1.2. <i>A sebesség és a mikrorepedés koncentráció változás kapcsolata .....</i>	- 15 -
3.1.3. <i>A nyomásfüggő sebességmodell és a modellparaméterek fizikai jelentése.....</i>	- 15 -
3.1.4. <i>A közetfizikai modell kapcsolata irodalmi előzményekkel.....</i>	- 17 -
3.2. KÖZETFIZIKAI MODELL A PÓRUSTÉRFOGAT VÁLTOZÁSA ALAPJÁN .....	- 18 -
3.2.1. <i>A pórustérfogat nyomásfüggése.....</i>	- 18 -
3.2.2. <i>A sebesség és a pórustérfogat változás kapcsolata.....</i>	- 18 -
3.2.3. <i>A nyomásfüggő sebességmodell és a modellparaméterek fizikai jelentése.....</i>	- 19 -
3.3. AZ EREDMÉNYEK ÉRTÉKELÉSE .....	- 20 -
<b>4. KÖZETFIZIKAI MODELLEK FELÁLLÍTÁSA AZ ABSZORPCIÓS TÉNYEZŐ, ILL. A JÓSÁGI TÉNYEZŐ NYOMÁSFÜGGÉSÉNEK KVANTITATÍV MAGYARÁZATÁRA .....</b>	<b>- 22 -</b>
4.1. KÖZETFIZIKAI MODELL FELÁLLÍTÁSA A MIKROREPEDÉSEK ALAPJÁN .....	- 22 -
4.1.1. <i>A mikrorepedés koncentráció nyomásfüggése.....</i>	- 22 -
4.1.2. <i>A jósági tényező és a mikrorepedés koncentráció kapcsolata .....</i>	- 23 -
4.1.3. <i>A nyomásfüggő jósági tényező modell és a modellparaméterek fizikai jelentése.....</i>	- 23 -
4.2. KÖZETFIZIKAI MODELL FELÁLLÍTÁSA A PÓRUSTÉRFOGAT VÁLTOZÁS ALAPJÁN.....	- 24 -
4.2.1. <i>A pórustérfogat változás nyomásfüggése .....</i>	- 24 -
4.2.2. <i>A jósági tényező és a pórustérfogat változás kapcsolata.....</i>	- 25 -
4.3. AZ EREDMÉNYEK ÉRTÉKELÉSE .....	- 25 -
<b>5. AKUSZTIKUS HISZTERÉZIS VIZSGÁLATA A TERJEDÉSI SEBESSÉG VONATKOZÁSÁBAN.....</b>	<b>- 27 -</b>

5.1. AZ AKUSZTIKUS HISZTERÉZIS IRODALMI ELŐZMÉNYEI.....	- 28 -
5.2. KÖZETFIZIKAI MODELL AZ AKUSZTIKUS HISZTERÉZIS LEÍRÁSÁRA .....	- 28 -
5.2.1. <i>A felterhelési és leterhelési szakasz leírása.....</i>	- 29 -
5.2.2. <i>Az akusztikus hiszterézis modell és paramétereinek értelmezése.....</i>	- 29 -
5.3. AZ EREDMÉNYEK ÉRTÉKELÉSE .....	- 30 -
<b>6. A KÖZETFIZIKAI MODELLEK PARAMÉTEREINEK LABORATÓRIUMI MÉRÉSEK ALAPJÁN TÖRTÉNŐ MEGHATÁROZÁSA .....</b>	<b>- 32 -</b>
6.1. A MÉRÉSI ADATOK GYŰJTÉSE .....	- 32 -
6.1.1. <i>Sebesség adatok mérése változó nyomás mellett .....</i>	- 32 -
6.1.2. <i>Szakirodalmi jósági tényező adatok bemutatása .....</i>	- 37 -
6.2. A KÖZETFIZIKAI MODELLEK PARAMÉTEREINEK MEGHATÁROZÁSÁRA SZOLGÁLÓ INVERZIÓS ELJÁRÁSOK.....	- 38 -
6.2.1. <i>Független lineáris inverziós eljárás bemutatása .....</i>	- 38 -
6.2.2. <i>Együttes inverziós eljárás bemutatása.....</i>	- 40 -
6.2.3. <i>A paraméterbecslés jóságát jellemző mennyiségek.....</i>	- 41 -
6.3. A TERJEDÉSI SEBESSÉG MODELL PARAMÉTEREINEK INVERZIÓS MEGHATÁROZÁSA.....	- 43 -
6.4. A JÓSÁGI TÉNYEZŐ MODELL PARAMÉTEREINEK INVERZIÓS MEGHATÁROZÁSA .....	- 48 -
6.5. A SEBESSÉG ÉS JÓSÁGI TÉNYEZŐ MODELL PARAMÉTEREINEK ELŐÁLLÍTÁSA EGYÜTTES INVERZIÓVAL .....	- 53 -
6.6. AZ EREDMÉNYEK ÉRTÉKELÉSE .....	- 58 -
<b>7. A KÖZETFIZIKAI HISZTERÉZIS MODELL PARAMÉTEREINEK LABORATÓRIUMI MÉRÉSEK ALAPJÁN TÖRTÉNŐ MEGHATÁROZÁSA .....</b>	<b>- 59 -</b>
7.1. A MÉRÉSI ADATOK GYŰJTÉSE .....	- 59 -
7.1.1. <i>A sebesség - hiszterézis adatok bemutatása különböző kőzetmintákon .....</i>	- 59 -
7.1.2. <i>A mérések reprodukálhatósága .....</i>	- 62 -
7.2. A SEBESSÉG HISZTERÉZIS MODELL PARAMÉTEREINEK EGYÜTTES INVERZIÓS MEGHATÁROZÁSA ...	- 63 -
7.3. AZ EREDMÉNYEK ÉRTÉKELÉSE .....	- 68 -
<b>8. ÖSSZEFOGLALÁS .....</b>	<b>- 69 -</b>
<b>KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS.....</b>	<b>- 71 -</b>
<b>IRODALOMJEGYZÉK.....</b>	<b>- 72 -</b>

**Summary**

Propagation characteristics of acoustics waves (velocity, quality factor) carry information about important mechanical properties of rocks; hence the determination of these is a frequently arising task in studying petrophysical parameters both in laboratory and in-situ. Knowledge of pressure dependence of wave propagation characteristics in reservoir rocks is an especially important prerequisite for interpreting seismic measurements in terms of petrophysical parameters as well. Therefore in my PhD thesis I dealt with the pressure dependence of absorption-dispersion characteristics of elastic waves.

In my research work I reviewed qualitative models describing pressure dependence of the above quantities published in literature and presented the main methods of measurement of wave propagation characteristics, as well as summarized briefly the foregoing literature referred to regression description of pressure dependence.

In literature we often encounter regression fitting of parameters of assumed formulas based on empirical considerations, thus equations describing the pressure dependence of propagation velocity can be given. This approach cannot be considered as rock physical modelling, because the pressure dependence of propagation characteristics is not derived from petrophysical material properties (such as specific number of cracks) and the formulas are written with the determined parameters during regression are valid only a given rock sample and not for a relatively wide range of rocks. To reasonably interpret laboratory measurement data, a quantitative model which provides also the physical explanation of the phenomena is required. In my research work, beyond the presented regression formulas and discovering the specific physical characteristics of the rock, I developed a physical model and explained the phenomenon of pressure dependence valid for a wide range of rocks. During my research accepting the qualitative literary history I followed the idea of Brace and Walsh (1964) that microcracks open and close in rocks under the change of pressure. Likewise, I took the conception of Birch (1960) as a basis. It states that pore volume reduces with increasing pressure, thus increasing velocity and quality factor can be measured on the rock sample. Based on these physical principles some differential equations describing the phenomenon were set up, with that of solution easily understood formulas could be deduced. The developed models provide the connection of propagation velocity of acoustic wave and quality factor as well as rock pressure for the pressurization stage. Following these considerations the depressurization cycle can also be described, hence in my dissertation I developed a rock physical model

valid for the depressurization stage. Therewith the combination of the created models for up- and unloading cycles allows us to develop a petrophysical model describing the phenomenon of acoustic hysteresis.

In order to prove the applicability of the rock physical models they were tested on partly acoustic data measured under pressure at the Department of Geophysics, in part data sets were chosen from the literature. The parameters appearing in the model equations were determined by means of linearized (partly joint) inversion method. Aware of the parameters by comparing the calculated data based on the rock physical models to the measurement data, an accurate fitting was found, which proves that the suggested petrophysical models describes the real geological situation appropriately.

During the inversion procedure the measure of fitting in data space was calculated, which was obtained under 0,5% in case of the acoustic velocity model for instance. In my research I gave the estimation errors of model parameters, as well as the correlation matrix and mean spread for each processed measurement data set, too. The values of mean spread were obtained under 0,5 for each sample, which support the reliability of inversion results. Knowledge of the model parameters estimated by the presented qualified inversion it becomes possible to introduce a new rock physical analysis method, which can be directly applicable to the petrophysical practice.

## 1. Bevezetés

A Föld belső szerkezetéről, fizikai állapotáról főként szeizmikus adatok révén nyerünk információt. A szeizmikus/akusztikus hullámterjedés jellemzői a kőzetek fontos mechanikai tulajdonságairól hordoznak információt, ugyanakkor a kőzetekben terjedő rugalmas hullámok terjedési jellemzői a kőzetalkotó ásványok és kötőanyagok (kőzetváz) típusától, mennyiségétől és struktúrájától, a kőzet porozitásának mértékétől, a póruskitöltő anyagok fajtájától, mennyiségétől valamint a mikrorepedezettségtől is függenek. A kőzeteket, bonyolult struktúrájuk miatt az alkalmazott kőzetmechanikai és geofizikai módszerek rendszerint kontinuumoknak tekintik és a kőzet tulajdonságait lokálisan anyagjellemző paraméterekkel jellemzik (nyírási modulusz, Poisson-tényező, jósági tényező stb.). Ezeket a kőzetjellemzőket átlagolással határozzák meg. Az átlagolás olyan térfogatra történik, amelynek minden lineáris mérete sokkal nagyobb, mint a fenomenológiailag tárgyalni nem kívánt mikroszerkezet jellemző távolsága (atomok közötti távolság, átlagos szemcseméret, pórusok lineáris mérete, mikrorepedések átlagos hossza, stb.), de sokkal kisebb, mint ebben a kontinuum-közelítésben tárgyalni kívánt jelenség karakterisztikus mérete (hullámhossz, behatolási mélység, stb.). Ebből következően olyan külső hatások, amelyek a kőzet mikroszerkezetét megváltoztatják általában a fenomenológikus kőzetjellemző paraméterek változásával járnak együtt. Jellemző példa erre a kőzetfizikai paraméterek nyomásfüggése.

Szeizmikus-akusztikus jelenségkörben a rugalmassági moduluszok és a belső súrlódást jellemző paraméterek, ill. az ezekből leszarmaztatható hullámterjedési sebességek, valamint abszorpciós tényező kőzetnyomástól való függésének vizsgálata széles körben tanulmányozott kőzetfizikai probléma. Fontos ez azért is, mert a tároló kőzetekben a nyomásfüggés ismerete előfeltétele annak, hogy a laboratóriumi méréseket in-situ jellemzőkkel tudjuk összefüggésbe hozni.

A nyomásfüggés leírására több kvalitatív elgondolás is létezik. Az egyik ilyen elgondolás szerint (Birch 1960) a nyomás növekedésével a pórusok térfogata csökken, és növekvő terjedési sebesség, illetve jósági tényező mérhető a kőzetmintán. A nyomásfüggés jelenségét a mikrorepedések záródásával is lehet magyarázni (Brace és Walsh 1964). Ez a jelenség a kőzetek rugalmassági tulajdonságait döntően meghatározó kőzetváz szerkezetét befolyásolja. A mikrorepedések sokszor „rendezetten” lépnek fel a kőzetben, amely a terjedési sebességek erős irányfüggését (anizotrópiáját) is eredményezi. Ezért ugyanaz a kőzetnyomás változás a terjedési sebességben az iránytól függően más és más nagyságú

megváltozást okozhat. Ha az ilyen repedezettség vizsgálata a célunk, a mintatesteket több irányból kell vizsgálni.

Közismert, hogy a kőzetekben terjedő akusztikus hullámsebesség a terhelés kezdeti szakaszában nemlineáris kapcsolatban van a kőzetre ható nyomással (Yu et al. 1993, Best 1997) és ez a nyomás-sebesség kapcsolat gyakran exponenciális függvénnyel jellemezhető (Wang et al. 2005, Singh et al. 2006). A szakirodalomban számos, empirikus megfontolások alapján kidolgozott modell létezik a longitudinális sebesség nyomásfüggésének jellemzésére, azonban ezekben feltételezett formulák paramétereinek regressziós illesztése történik, fizikai magyarázattal nem szolgálnak a nyomás-sebesség kapcsolatára (Wepfer és Christensen 1991, Ji et al. 2007). Laboratóriumi mérési adatok megfelelő értelmezéséhez - a regressziós egyenleteken túllépve - olyan kvantitatív modell megalkotására van szükség, amely fizikai magyarázattal is szolgál a nyomásfüggés jelenségére. A fentiek értelmében az értekezésben a kőzetekben lévő mikrorepedés koncentráció, illetve a fajlagos pórusterfogot nyomás alatti változásának fizikai elvei alapján olyan kőzETFizikai modelleket dolgozok ki, melyek megadják a longitudinális akusztikus sebesség, illetve a jóság tényező és a kőzetnyomás közti kapcsolatot a felterhelési szakaszra és egyben fizikai magyarázatot is adnak a nyomásfüggés jelenségére. A felterhelési szakaszra érvényes terjedési sebesség modell felállításánál alkalmazott megfontolások kiterjesztésével a leterhelési szakasz is leírhatóvá válik. Ezáltal a kifejlesztett sebesség modellek egyesítésével felállítható az akusztikus hiszterézis leírására alkalmas kőzETFizikai modell. Munkám során megadom a modellekben szereplő paraméterek fizikai jelentését is.

A kőzETFizikai modellek gyakorlatban való alkalmazhatóságának céljából a modelleket laboratóriumban, nyomás alatt mért longitudinális terjedési sebesség és jóság tényező adatokon tesztelem. A dolgozatban bemutatom a mérési módszereket, valamint a mért akusztikus adatokat, melyek részben a Miskolci Egyetem Geofizikai Tanszékén végzett mérésekből, részben szakirodalomból származnak. A mérési adatokból a modellekben szereplő modellparamétereket lineáris inverziós eljárással származtatom le. Értekezésemben részletesen tárgyalom a fel- és leterhelési szakaszok együttes feldolgozását, valamint a terjedési sebesség és jóság tényező modell egyszerre történő kiértékelését lehetővé tevő együttes inverziós algoritmust. Az inverziós feldolgozás során az inverz probléma megoldásának pontossági mérőszámaként relatív adattérbeli távolságot számolok és a modellparaméterek megbízhatóságának kvantitatív jellemzésére megadom a

paraméterek becsült hibáját, valamint a korrelációs mátrixot. Értekezésemben bemutatom, hogy a kőzetfizikai modellekkel számított adatok megfelelő pontossággal jól illeszkednek a mért adatokhoz, azaz a kőzetfizikai modellek a valóságot megfelelően tükrözik.

## **2. A rugalmas hullám jellemzőinek nyomásfüggése - irodalmi előzmények**

Szeizmikus adatok értelmezésénél jelentős szerepet játszanak egy adott fizikai környezetben (például nyomásállapot) lévő kőzetmintán laboratóriumban mért szeizmikus jellemzők, ezért a rugalmas hullám terjedési jellemzőinek (sebesség, jósági tényező) nyomásfüggése széles körben tanulmányozott tématerület. Például Prasad (2002) a P és S hullámok nyomás alatti terjedési sebességeinek arányából a túlnyomásos, illetve gázzal telített zónák helyére következtetett. A fentiek miatt a fejezetben áttekintem a szakirodalomban közölt, a terjedési sebesség, illetve abszorpciós és jósági tényező nyomásfüggésének jellemzésére szolgáló kvalitatív modelleket, valamint röviden összefoglalom a nyomásfüggés regressziós leírására vonatkozó irodalmi előzményeket és bemutatom a hullámterjedési jellemzők mérésének főbb módszereit.

### **2.1. A terjedési sebesség nyomásfüggése**

Az akusztikus hullám terjedési jellemzői a kőzetek fontos mechanikai tulajdonságairól hordoznak információt. A kőzetek mechanikai és transzport tulajdonságait - például az akusztikus sebességet, permeabilitást, vagy fajlagos ellenállást - jelentősen befolyásolja a nyomás. A nyomásfüggés jelenségének megértése fontos információt szolgáltat ahhoz, hogy szeizmikus méréseket kőzetfizikai paraméterek vonatkozásában is lehessen értelmezni, melyhez a nyomás terjedési sebességre gyakorolt hatásának megértése, valamint a jelenséget magyarázó kvalitatív elgondolások ismerete elengedhetetlen.

#### **2.1.1. A nyomásfüggést magyarázó kvalitatív következtetések**

A kutatók a különböző kőzetekben terjedő akusztikus hullám sebességét különböző terhelés (Wyllie et al. 1958, Stacey 1976, Sengun et al. 2011), ill. pórusnyomás alkalmazása mellett (Nur és Simmons 1969, Yu et al. 1993, Darot és Reuschlé 2000, He és Schmitt 2006) tanulmányozzák. Ezáltal közismert, hogy a hullámsebesség növekvő nyomás mellett nő. A jelenség kvalitatív magyarázatára számos elgondolás létezik. Ezek közé tartozik Brace és Walsh (1964), valamint a későbbiekben Yu et al. (1993), Best (1997), Hassan és Vega (2009), Sengun et al. (2011) elképzelése, amely szerint a sebesség változása a kőzetekben lévő mikrorepedések nyomás alatti bezáródásával magyarázható. A terjedési sebesség nyomásfüggésének leírására szolgál (Birch 1960) elgondolása is, amely

szerint a nyomás növekedésével a pórusok térfogata csökken, így növekvő terjedési sebesség mérhető a kőzetmintán. A hullámterjedési sebesség nyomásfüggésére Singh et al. (2006) számos homokkő mintán mért P és S hullám terjedési sebességeinek megfigyelése alapján empirikus modellt alkotott, valamint a jelenség leírására számos kutató regressziós formulákat hozott létre és a formula paramétereit kőzetminta mérések alapján határozta meg.

### 2.1.2. A nyomásfüggés regressziós vizsgálata

A kőzetekben terjedő akusztikus hullámsebesség a terhelés kezdeti szakaszában nemlineáris kapcsolatban van a kőzetre ható nyomással (Yu et al. 1993, Best 1997), amely kapcsolat exponenciális függvénnyel jellemezhető (Singh et al. 2006, Han et al. 2011). A longitudinális sebesség nyomásfüggésének jellemzésére számos empirikus modell létezik, azonban ezek fizikai magyarázattal nem szolgálnak a jelenségre (Wepfer és Christensen 1991, Wang et al. 2005, Ji et al. 2007), csupán a mért adatokhoz illesztett görbe regressziós egyenletét adják meg. Wepfer és Christensen (1991) a

$$V(P) = AP^a + B(1 - \exp(-bP)) \quad (2.1.2.1.)$$

egyenlet görbét illesztette laboratóriumban mért sebességadatokhoz, ahol  $V$  a szeizmikus sebesség,  $P$  a nyomás, valamint  $a$ ,  $b$ ,  $A$  és  $B$  regressziós konstansok. Ezzel szemben Wang et al. (2005) a

$$V(P) = a(\ln P)^2 + b \ln P + c$$

egyenlettel írta le a sebesség nyomásfüggését. Az egyenletben  $V$  a szeizmikus sebesség,  $P$  a nyomás,  $a$ ,  $b$  konstansok és  $c$  egységnyi nyomás mellett mért sebesség. Míg Ji et al. (2007) szerint a

$$V(P) = V_0 + DP - B_0 \exp(-kP)$$

regressziós egyenlettel előállított görbe illeszkedett legjobban a mért nyomás-terjedési sebesség adatokhoz. Az egyenletben  $V_0$  a nyomásmentes állapotban mért terjedési sebesség,  $k$  és  $D$  egy alkalmasan választott konstans,  $P$  a nyomás, valamint  $B_0$  a terhelés hatására bekövetkezett sebességesés (Ji et al. 2007). A szerzők által definiált sebességesés az a sebességváltozás, amely előáll a repedésmentes mintán (maximális nyomás alkalmazása esetén, amikor minden mikrorepedés bezárult) mérhető és egy kisebb nyomáson már (nyitott) repedésekkel (is) rendelkező mintán mért longitudinális terjedési sebesség különbségeként. Tehát a kőzetben adott nyomáson létező repedések miatt, a mintán mérhető akusztikus sebesség „esése” következik be a repedést nem tartalmazó

állapothoz képest (amelyben a repedések bezárultak). (A sebességesés fogalmát későbbi megfontolásaim során alkalmazom). Schön (1996) könyvében egy  $D$  paraméterrel írja le a kőzet összes inhomogenitását okozó jelenséget (pl. repedések, kőzetszemcsék kapcsolata). A repedezett kőzetek fenomenológiai leírására alkotott modell helyességét Wang et al. (1971) számos kőzet esetében bebizonyította.

A fentiekben ismertetett vizsgálatok keretében, empirikus megfontolások alapján feltételezett formulák paramétereinek regressziós illesztése történik, így állnak elő a terjedési sebesség nyomásfüggését leíró egyenletek. Ezek nem tekinthetők fizikai modelleknek, a regressziós paraméterek pedig csupán egy-egy kőzetmintára értelmezett adatok. Laboratóriumi mérési adatok megfelelő értelmezéséhez olyan kvantitatív modellre van szükség, amely fizikai magyarázatot is ad a jelenségre, így munkám során, a bemutatott regressziós formulákon túllépve, a hullámterjedéssel kapcsolatos nyomásfüggés fizikai jellemzőit feltárva adok magyarázatot a jelenségre.

## 2.2. Az abszorpciós tényező, ill. jósági tényező nyomásfüggése

A kőzetekben terjedő rugalmas hullámok csillapodásának (abszorpciós tényezőjének) nyomásfüggése széles körben tanulmányozott kőzetzfizikai probléma. A rugalmas hullám terjedési jellemzőit síkhullámú közelítésben az elmozdulás-függvény (Frempong et al. 2005)

$$u = u_0 e^{i(\omega t - kx)}$$

kifejezésében a (veszteséges közegben) komplex

$$k = k_r + ia$$

hullámszám jellemzi, melynek valós része a kőzetben terjedő akusztikus hullám fázissebességével ( $v_f$ )

$$v_f = \frac{\omega}{k_r}$$

van kapcsolatban, képzetes része pedig az  $a$  abszorpciós tényező ( $\omega$  a körfrekvencia). A csillapodás jellemzésére az abszorpciós tényező mellett szokásos a jósági tényező definiálása is, mely bevezethető Knopoff (1965) formulája alapján

$$a = \frac{\omega}{2v_f Q} = \frac{\pi f}{v_f Q}, \quad (2.2.1)$$

ahol  $Q$  a jósági tényező és  $f$  a frekvencia. Látható, hogy a jósági tényező fordítottan arányos az abszorpciós tényezővel.

Toksöz et al. (1979) különböző terhelés mellett Berea homokkő mintán mértek P és S hullám sebességeket száraz, desztillált vízzel, tengervízzel, valamint metánnal telített mintákon, illetve vizsgálták a hullámok csillapodását. Megállapították, hogy a csillapodás nagyobb a vízzel, ill. tengervízzel telített mintáknál, mint a metánnal telített vagy száraz minta esetében, valamint, hogy az abszorpciós tényező csökken a nyomás növelésével. Megállapították továbbá, hogy az abszorpciós tényező-nyomás függvény nemlináris. Az abszorpciós tényezőben alacsony nyomástartományban figyeltek meg jelentős változást, magasabb nyomásértékeknél a szemcsék összenyomódásának lehetősége csökken, így a csillapodásban bekövetkezett változás is kisebb lesz. A (2.2.1.) egyenlet alapján nyilvánvaló, hogy a nyomás növekedésével a jósági tényező nőni fog. A rugalmas hullám csillapodásának mérésére számos módszer létezik, ezek közül a leggyakoribbakat a következő alfejezetben mutatom be.

### 2.2.1. A leggyakoribb mérési módszerek

A csillapodás laboratóriumban történő meghatározása szeizmikus (Spencer 1981, Dunn 1987, Paffenholz és Burkhardt 1989), szónikus (Murphy 1982, Lucet et al. 1991) és ultraszónikus frekvencián (Toksöz et al. 1979, Winkler 1985, Khazanehdari és McCann 2005, Han et al. 2011) egyaránt fontos. Számos kőzet esetén a jósági tényező és a fázissebesség frekvenciától független, azaz az abszorpciós tényező a frekvenciával arányos. Ilyenkor a konstans  $Q$  modellről beszélünk (Toksöz et al. 1979). Fenomenologikusan ezt a közeget komplex nyírési modulusszal jellemezhetjük. A közeg periodikus gerjesztése esetén a feszültség és deformáció között  $\Phi$  fáziseltérés lesz, amelyre

$$\operatorname{tg} \Phi = \frac{I}{Q},$$

ahol  $Q$  a jósági tényező. Kis fáziseltérés esetén  $\Phi \cong \frac{I}{Q}$ , mely megadja a jósági tényező mérésének egy lehetséges módját. Egy másik lehetőség a szabad rezgésbe hozott kőzetminta (torziós, vagy longitudinális rezgést végző hosszú vékony rúd) elmozdulásainak időbeli lecsengése alapján meghatározott logaritmikus dekrementum ismeretében a jósági, ill. az abszorpciós tényező kiszámítása (Frempong et al. 2005).

A rezonancia módszerrel (Gordon és Davis 1968) a különböző módon kényszerrezgésbe hozható kőzetminták rezonancia frekvenciáját határozzuk meg. Az egyes rezgési módusokhoz (pl. longitudinális, torziós) tartozó rezonancia frekvenciák összefüggése a kőzetminta geometriai és rugalmas jellemzőivel jól ismert. A rezonanciagörbe alapján meghatározható a kőzet jósági tényezője, melynek kapcsolatát a rezonancia frekvenciával ( $f_n$ ) az alábbi formula adja meg

$$Q = \frac{f_n}{\Delta f}$$

abban az esetben, ha  $\Delta f$  a görbe 3 dB-es pontjaihoz tartozó sávszélesség. A jósági tényező mérésére a szakirodalomban a legelterjedtebb a konstans Q modell.

Gyakran alkalmazott abszorpciós tényező meghatározási módszer még az ún. impulzus módszer is (Gordon és Davis 1968), amelynél a kőzetben egy akusztikus impulzust indítunk el és ennek amplitúdóját mérve számítják ki az abszorpciós tényezőt. Az impulzus-visszhang módszernél (mely Takács, 1989 által a Geofizika Tanszéken régebben is kutatott volt) a kőzetminta végéről visszavert impulzus amplitúdóját (esetleg a többszörös reflexiók amplitúdóit) határozzuk meg. A bemutatott módszerekkel mért adatok alapján számos kutató állított fel kőzetfizikai modellt, melyeket a következőkben ismertetek.

### **2.2.2. Az abszorpciós tényezőre kidolgozott kőzetfizikai modellek**

A kőzetekben terjedő rugalmas hullám csillapodásának magyarázatára a nemzetközi irodalomban számos kőzetmodell ismert, többek között a nemlineáris sűrűlódás modell, a Biot modell (Biot 1956a, 1956b), a viszkoelasztikus modell (Bland 1960) és a rugalmas szóródás modell. A nemlineáris sűrűlódás modell szerint a csillapodást a kőzetmátrix rugalmatlansága és a hullám disszipációja okozza, ugyanis a kőzetszemcsék határán (White 1966) és a repedések felületén (Walsh 1966) a sűrűlódás következtében a hullám mozgási energiájának egy része hőenergiává alakul át. A Biot modell pl. egy porózus rugalmas kőzetvázból és viszkózus, összenyomhatatlan pórufolyadékából álló kétfázisú rendszert ír le. Az ebben terjedő hullám csillapodásának sajátosságait a modell a kőzetváz és a póruskitöltő folyadék közötti relatív mozgással magyarázza. A viszkoelasztikus modell fizikai mechanizmusokra vezeti vissza a csillapodás jelenségét, például a kőzetszerkezet inhomogenitása miatt a kőzetben lévő repedések rugalmatlan

tulajdonságaira, vagy a viszkózus relaxációra. A rugalmas szóródás modell szerint a csillapodást a hullám kis pórusokon történő szóródása (Kuster és Toksöz 1974), vagy vékony rétegeken történő visszaverődése okozza (O'Doherty és Anstey 1971).

A jelenség, miszerint az akusztikus hullám csillapodása növekvő nyomással csökken, kvalitatíve a kőzetekben lévő mikrorepedések nyomás alatti bezáródásával magyarázható (Johnston et al. 1979, Lucet és Zinszner 1992, Yu et al. 1993, Best 1997). Walsh (1966) alapján a nyomás-abszorpciós tényező kapcsolata növekvő nyomás mellett, az abszorpciós tényező exponenciális csökkenésével jellemezhető a legjobban. Walsh ezen exponenciális függést szintén a mikrorepedések záródásával magyarázza. Ezzel szemben Prasad és Meissner (1992) a nyomásfüggés okát a kőzetszemcsék nagyságának, illetve alakjának a P és S hullámok csillapodására gyakorolt hatásának tulajdonítja. Méréseik alapján megállapították, hogy durvább szemcsés kőzetekben nagyobb a hullámok csillapodása és egyben kisebb a mérhető terjedési sebesség is, valamint ha egy kőzetben nagyobb a szögletes szemcsék aránya, nagyobb csillapodás mérhető.

Az abszorpciós tényező nyomásfüggését Hunter et al. (1961) egy egyszerű hatványfüggvénnyel írja le

$$a = a_0 \left( \frac{p}{p_0} \right)^{-n},$$

ahol  $p$  a nyomás,  $p_0$  a referencianyomás (pl. 1kPa),  $a_0$  a referencianyomás melletti abszorpciós tényező és  $n$  egy alkalmasan választott konstans. A kitevő optimális értékét Hunter et al. 1/6-ra becsülte, míg Hamilton (1976) az 1/6-1/2 közötti intervallumot találta megfelelőnek vízzel telített üledékes kőzetekre.

Nyilvánvaló, hogy a terjedési sebesség-nyomás kapcsolat leírásakor (2.1.1. fejezet) ismertetett modellelgondolás (Birch 1960) a jóság tényező nyomásfüggésének magyarázataként számos kőzetre vonatkozóan elfogadható. Nevezetesen, ha a nyomás növekedésével a fajlagos pórustérfogat csökken, a kőzetszemcsék egyre jobb kontaktusa következtében csökken a mérhető abszorpciós tényező és figyelembe véve a (2.2.1.) egyenletet növekszik a jóság tényező. Ezt az észrevételt a későbbiekben a kőzetfizikai modellek megalkotásakor alkalmazom.

### 2.3. Az irodalmi előzmények kritikai értékelése

A fejezetben bemutatott modellek közettípustól függően adnak kvalitatív magyarázatot a nyomásfüggés jelenségére. Azonban a hullámterjedési jellemzők közetnyomástól való függésének leírására a kvalitatív magyarázat nem elég, szükség van a jelenség kvantitatív tárgyalását lehetővé tevő közetfizikai modellek megalkotására, amelyek egyben fizikai magyarázattal is szolgálnak a jelenségre.

Az értekezésben a kőzetekben lévő mikrorepedés koncentráció - azaz az egységnyi térfogatra vonatkoztatott mikrorepedések számának -, illetve a fajlagos pórustérfogat változásának kvalitatív szemléletére alapozva új közetfizikai modelleket dolgozok ki a longitudinális akusztikus hullámsebesség és a jósági tényező nyomásfüggésének kvantitatív leírására a felterhelési szakaszra. A felterhelési szakaszra érvényes sebesség modellenél tett megfontolások alapján a leterhelési szakasz is leírhatóvá válik, így a két szakaszra felállított modellek egyesítésével olyan közetfizikai modell realizálódik, mely alkalmas az akusztikus hiszterézis jelenségének leírására.

### 3. Kőzetfizikai modell felállítása a longitudinális terjedési sebesség nyomásfüggésének magyarázatára

A természettudományos megismerésben fontos szerepet kap a modellalkotás. Az anyagi világ jelenségeit rendszerint nem tudjuk maguk teljességében leírni, mivel azok annál jóval bonyolultabbak. Ezért arra törekszünk, hogy a jelenségek magyarázatában kiragadjuk a legfontosabb tulajdonságokat és az összes többi (az adott jelenség szempontjából nem lényeges) sajátosságokat elhanyagolva próbáljuk leírni a vizsgált jelenséget. A kontinuummechanikában például az anyagot úgy képzeljük el, hogy az folytonosan kitölti a teret, vagyis bármilyen kis térfogatú eleme ugyanazon tulajdonságokkal írható le, mely a közismert atomi szerkezettel nyilvánvalóan ellentmondásban van. A kontinuumfizikai leírásmód az atomi hatások átlagolását vezeti be, azaz, amit a fenomenológikus tárgyalásmódban pontként kezelünk valójában egy, a makroszkópikus skálán elhanyagolhatóan kicsi, az atomi skálán ugyanakkor igen nagy térfogat. Feltételezzük ugyanis, hogy ebben a térfogatban elég sok atom van ahhoz, hogy az átlagolás az atomi esetlegességeket kiszűrje, azonban a nagy méretekben is lényeges tulajdonságokat megtartsa. A fenomenológikus tárgyalásmód lényeges eleme az anyagjellemző paraméterek bevezetése, amelyeknek az a szerepe, hogy az átlagolás után is továbbvigyék az atomok léte és kölcsönhatásaik révén a nagy méretekre szintén ható tulajdonságokat. Az anyagjellemzők rendszerint nem állandók, jellemzően függenek a *hőmérséklettől*, de más mennyiségektől való függés (pl. nyomás) is előfordulhat. Igen gyakran az anyagegyenletet leegyszerűsítjük, más szóval a jelenség dinamikáját részben elhanyagoljuk. Ebből adódik, hogy az anyagi jellemzők a gyakorlatban frekvenciafüggést is mutatnak (ezért az értekezésben megfontolásaimat a konstans Q modellre fogalmazom meg). Ezek alapján modellt állítunk fel, mely során a vizsgált struktúrát egyszerűsítjük és a továbbiakban a modell tulajdonságairól beszélünk.

A kőzetek rugalmas tulajdonságainak leírására leggyakrabban alkalmazott modell a lineárisan rugalmas homogén, izotróp test, vagy Hooke-test modellje, melynek keretei között a közegben fellépő feszültségek lineárisan függenek a deformációktól és ezt a kapcsolatot két rugalmas anyagjellemzővel (Lamé állandók) írhatjuk le.

Egy általánosabb kontinuum mechanikai modell az ún. tökéletesen rugalmas test modellje. Ebben a modellben a lineárisan rugalmas test modellje egy speciális határeset. Tökéletesen rugalmas testről akkor beszélünk, ha a feszültségek a kontinuum adott helyén és adott időben csak az ott és akkor uralkodó deformációktól függenek. A Lamé állandók ekkor az

adott deformációs, ill. feszültség állapotban lokálisan értelmezhető - éppen ezért feszültségtől függő - mennyiségeknek tekinthetők. Ha a rugalmassági modulusok nyomásfüggő mennyiségekként viselkednek, ebből adódóan minden olyan mennyiség, amelyeket a modulusok határoznak meg (pl. hullám terjedési sebesség) nyomásfüggő lesz.

Az akusztikus hullámok terjedési sebességének nyomásfüggése tehát a kontinuum mechanika tökéletesen rugalmas test modelljének keretén belül értelmezhető. Ez a tárgyalásmód azonban rendkívül összetett és kivezet a szeizmikában általánosan elfogadott lineárisan rugalmas (Hooke) test modelljéből. A Hooke-test alkalmazásával kapcsolatban egy másik probléma is felmerül, mivel ez a modell nem ad számot a rugalmas hullám csillapodásáról. A szeizmikus tapasztalat szerint az abszorpciós tényező a kőzetek igen széles körében a frekvenciának lineáris függvénye, ugyanakkor a fázissebesség frekvencia független (konstans Q modell). E modell alkalmazásával a hullámterjedés közelítőleg helyes leírását kapjuk. Nem felejthetjük el azonban, hogy a frekvencia több nagyságrendnyi változása a választott modellt felülírja. Így például a szeizmikus frekvencia tartományban mérhető terjedési sebesség és az akusztikus hullám sebessége között (a több mint három nagyságrendi frekvenciaváltozás miatt) észrevehető eltérés (5-10%) van. Tudva ezt a diszkrepanciát, a későbbiekben a szeizmikus és akusztikus hullámjelenséget a konstans Q modell alkalmazásával tárgyaljuk a nyomásfüggés vonatkozásában (elhanyagolva a sebesség gyenge frekvenciafüggését). Ebből adódóan gyakran élünk a szeizmikus/akusztikus hullámsebesség megfogalmazással. A továbbiakban az egzakt (nem lineáris) kontinuummechanikai tárgyalás helyett elfogadjuk, hogy a rugalmas hullám leírásában megszokott konstans Q modell érvényes, azzal a kivétellel, hogy a terjedési sebesség és a jósági tényező, mint fenomenológikus jellemzők a kőzetnyomástól függenek.

A jelenség leírására témavezetőm egyszerű fenomenológikus eljárást javasolt (Dobróka 2008). Brace és Walsh (1964) kvalitatív modell-elgondolását elfogadva a repedésszám, ill. a terjedési sebesség nyomásfüggésére csatolt differenciálegyenlet rendszer írt fel, majd azt megoldva előállította a szakirodalomban korábban regressziós vizsgálatokban gyakran feltételezett exponenciális nyomásfüggvényt ( $a=0$  mellett), amelyet pl. a (2.1.2.1.) egyenletben Wepfer és Christensen

$$V(P) = A + B(1 - \exp(-bP))$$

alakban feltételezett. A továbbiakban Dobróka (2008) által felvetett gondolati sémát általánosítva az irodalmi előzményeknél említett két kvalitatív modellelgondolásra (mikrorepedés: Brace és Walsh, 1964, ill. a pórustérfogat: Birch, 1960) egyaránt érvényes modellt állítok fel.

Brace és Walsh (1964) szerint a nyomás növekedésével a kőzetben lévő mikrorepedések az ún. reverzibilis tartományban felterheléskor záródnak, leterheléskor, a kőzetnyomás megszűntével újra kinyílnak. A repedezett kőzetminták mikrorepedés koncentrációjának nyomásfüggését három szakaszra lehet osztani. A kis feszültségektől indulva az első szakasz a mikrorepedések teljes záródásáig tart. A második szakaszon a kőzetnyomással a kőzetváz (és póruskitöltő anyag) rugalmas erői tartanak egyensúlyt, a harmadik az irreverzibilis változások szakasza. A második, egyensúlyi tartomány átlépésekor, az ún. kritikus nyomást (Anselmetti és Eberli 1997) meghaladva, a minta roncsolódása miatt a terhelés hatására új repedések nyílnak. (Kőzetfizikai modell vizsgálataimban az első szakaszra szorítokozom.) A jelenség leírására (Dobróka 2008 nyomán) bevezethetjük a mikrorepedés koncentráció kifejezésére az  $N$  paramétert, amely a mintában lévő nyitott mikrorepedések egységnyi térfogatra vonatkoztatott száma (a későbbiekben az egyszerűség kedvéért a nyitott mikrorepedések száma). A kőzetek jelentős részénél a kőzet porózus természetéből adódóan jelentkezik a nyomásfüggés jelensége. Birch (1960) kvalitatív elgondolása szerint a porózus kőzetben lévő szemcsék terhelés hatására egyre „szorosabb” kontaktusba kerülnek, melynek következtében növekvő terjedési sebesség mérhető, azaz a nyomásfüggés jelensége a  $V$  fajlagos pórustérfogat változásával magyarázható.

Látható, hogy mindkét modell elgondolás egy-egy extenzív mennyiségre (fajlagos repedésszám  $N$ , ill. fajlagos pórustérfogat  $V$ ) vezet vissza a nyomásfüggést. E mennyiségek extenzív jellege nyilvánvaló, hiszen ha a kőzet két - gondolatban elkülönített - részét egyesítjük, akkor a teljes térfogatban foglalt mikrorepedések száma a két rész-térfogatban levő mikrorepedések számának összegeként áll elő. Ugyanez mondható el a pórustérfogatról is. A rugalmas hullám terjedési jellemzőinek nyomásfüggése kapcsán további extenzív mennyiségek is említhetők (pl. a mikrorepedések terhelő erőre -, vagy éppen a hullámterjedés irányára - merőleges vetületének  $A$  mérete).

Jelölje tehát  $X$  a nyomásfüggés leírásában releváns extenzív mennyiséget. Első modelltörvényként kijelentjük, hogy ha a kőzetben  $d\sigma$  feszültség növekedést hozunk létre, akkor az  $X$ -ben bekövetkező változás (pl. a bezáruló mikrorepedések  $dN$  száma) egyenesen

arányos a  $d\sigma$  feszültség növekménnyel és  $X$  aktuális értékével (pl. a még nyitott mikrorepedések  $N$  számával). Ezt az alapfeltevést a

$$dX = -\lambda X d\sigma \quad (3.1.)$$

differentiálegyenlettel írhatjuk le, ahol  $\lambda$  egy, az anyagra jellemző új kőzetfizikai paraméter és a negatív előjel azt fejezi ki, hogy növekvő feszültségnél a jellemző extenzív mennyiség értéke (pl. a repedések zárultával, a nyitott mikrorepedések  $N$  száma) csökken. A (3.1.) differentiálegyenletet megoldva

$$X = X_0 e^{-\lambda\sigma}, \quad (3.2.)$$

ahol  $X_0$  az extenzív érték (pl. repedésszám) feszültség mentes ( $\sigma=0$ ) állapotban. A továbbiakban a (3.1.) és (3.2.) egyenleteket specifikusan alkalmazzuk, azaz  $X$  helyére  $N$ , vagy  $V$  (vagy az értekezés keretein kívül  $A$ ) kerül.

Ezt az eredményt alkalmazva a továbbiakban új kőzetfizikai modelleket javaslok a terjedési sebesség és a jóság tényező nyomásfüggésének leírására. A felterhelés és leterhelés viszonyait elkülönítve tárgyalom és kőzetfizikai modellt vezetek be az akusztikus hiszterézis jelenségének leírására. Vizsgálataim során longitudinális hullámokra szorítkozom és a terhelés vonatkozásában egyszerű egytengelyű feszültségállapotot tételezek fel. Az értekezésben követett gondolati séma további hullámtípusokra és általánosabb feszültség állapotra (beleértve a pórusnyomás kérdéskörét) is alkalmazható. Ezeket későbbi kutatásaim során szeretném tanulmányozni.

### **3.1. Kőzetfizikai modell felállítása a mikrorepedések alapján**

A következőkben kőzetfizikai modellt állítok fel (a felterhelési szakaszon) a longitudinális hullám sebességének nyomásfüggésére úgy, hogy az előzőekben levezetett (3.1.) és (3.2.) egyenleteket a mikrorepedés koncentráció nyomás alatti megváltozásának leírására alkalmazom.

#### **3.1.1. A mikrorepedés koncentráció nyomásfüggése**

Brace és Walsh (1964) elgondolása szerint a nyomás növekedésével a kőzetben lévő mikrorepedések az ún. reverzibilis tartományban felterheléskor záródnak. A jelenség jellemző extenzív mennyisége ekkor a mikrorepedések fajlagos (egységnyi térfogatra jutó)  $N$  száma. Erre az első modelltvénnyként elfogadott (3.1.) formula alapján a

$$dN = -\lambda_N N d\sigma \quad (3.1.1.1.)$$

differenciálegyenletet írhatjuk fel, ahol  $\lambda_N$  egy, az anyagra jellemző új kőzetfizikai paraméter és a negatív előjel azt fejezi ki, hogy növekvő feszültségnél a repedések zárultával, a nyitott mikrorepedések  $N$  száma csökken. A (3.1.1.1.) differenciálegyenletet megoldva

$$N = N_0 e^{-\lambda_N \sigma}, \quad (3.1.1.2.)$$

ahol  $N_0$  a nyitott repedések száma feszültség mentes állapotban ( $\sigma=0$ ). Ezáltal előállt a mikrorepedés koncentráció-nyomás kapcsolata. A továbbiakban nézzük meg a nyitott mikrorepedések számának a terjedési sebességre gyakorolt hatását.

### 3.1.2. A sebesség és a mikrorepedés koncentráció változás kapcsolata

A terjedési sebesség a nyomás növekedésével nemlineárisan és meredeken növekszik, ami a kőzetmintában lévő nyitott mikrorepedések záródásával magyarázható, hiszen ebben a kezdeti szakaszban a legtöbb a nyitott mikrorepedések száma. A magasabb nyomásértékeknél a terjedési sebesség-nyomás görbe meredeksége mérséklődik, mivel egyre kevesebb a (még) nyitott mikrorepedések száma.

Második modelltörvényként elfogadjuk, hogy a mikrorepedések számának  $dN$  infinitezimális megváltozása és az ennek következtében beálló  $dv$  elemi terjedési sebesség változás között egyenes arányosság áll fenn:

$$dv = -\alpha_N dN, \quad (3.1.2.1.)$$

ahol  $\alpha_N$  arányossági tényező (anyagi minőségtől függő konstans), a negatív előjel pedig azt fejezi ki, hogy a sebesség csökkenő repedésszám esetén növekszik. Az ismertetett két modelltörvény egyesítésével kőzetfizikai modell állítható fel az alábbiak szerint.

### 3.1.3. A nyomásfüggő sebességmodell és a modellparaméterek fizikai jelentése

A 3.1.1. és 3.1.2. fejezetekben ismertetett mikrorepedéseken alapuló elgondolást követve (kvantitatív) kőzetfizikai modellt állíthatunk fel. A (3.1.1.1.) és (3.1.1.2.) egyenletek alapján

$$dN = -\lambda_N N_0 e^{-\lambda_N \sigma} d\sigma,$$

amivel (3.1.2.1.) egyenlet a

$$dv = \alpha_N \lambda_N N_0 e^{-\lambda_N \sigma} d\sigma \quad (3.1.3.1.)$$

alakot ölti. Az egyenlet megoldása után

$$v = K - \alpha_N N_0 e^{-\lambda_N \sigma} \quad (3.1.3.2.)$$

adódik, ahol  $K$  integrációs állandó. Terheletlen állapotban ( $\sigma=0$ ) a kőzetben terjedő rugalmas hullám sebessége mérhető, melynek értékét jelölje  $v_0$ . A (3.1.3.2.) egyenlet alapján ekkor  $v_0 = K - \alpha_N N_0$ , amiből a  $K$  integrációs konstansra  $K = v_0 + \alpha_N N_0$  adódik. Bevezetve a  $\Delta v_0 = \alpha_N N_0$  jelölést a (3.1.3.2.) egyenlet a

$$v = v_0 + \Delta v_0 (1 - e^{-\lambda_N \sigma}) \quad (3.1.3.3.)$$

formában írható fel (Dobróka és Somogyi Molnár 2012c), ahol  $\Delta v_0 (= \alpha_N N_0)$  egy új kőzetfizikai jellemző. A (3.1.3.3.) egyenlet a kőzetek széles körére ad elvi összefüggést a longitudinális hullámsebesség és a kőzetnyomás kapcsolatára a felterhelési szakaszon. Érvényességének korlátját a két alapvető modell feltételezés (3.1.1.1. és 3.1.2.1.) érvényességi köre szabja meg.

A modell keretében a terjedési sebesség a terhelésmentes állapottól ( $v_0$ ) a nagy kőzetnyomással jellemzett állapotig ( $v_{max} = v_0 + \Delta v_0$ ) változhat, ahol az összes mikrorepedés zárva van. Felírva a  $v_{max} - v_0 = \Delta v_0$  összefüggést, könnyen belátható, hogy a 2.1.2. fejezetben Ji et al. (2007) által definiált sebességesítés azonos a  $\Delta v_0$  állandóval. Azaz a  $\Delta v_0$  paramétert tekinthetjük a kőzetben, terheletlen állapotban lévő mikrorepedések által okozott sebességesítésnek.

A  $\Delta v_0 = \alpha_N N_0$  jelölésből következik, hogy ugyanabból a kőzettípusból/geológiai egységből származó kőzetminták esetében (ha a  $\alpha_N$  arányossági tényezőt közel konstansnak tekintjük),  $\Delta v_0$  arányos lesz a nyitott mikrorepedések számával,  $N_0$ -al. Tehát ha egy kőzetmintában a  $\Delta v_0$  terjedési sebesség tartomány kicsi, akkor a mintában a nyitott mikrorepedések száma is kevés lesz. Mindez természetesen csak a (reverzibilis) modell keretében érvényes, mert a nagy feszültségek tartományában, a kőzetben új mikrorepedések is keletkeznek. Ez a jelenség (mint korábban is jeleztem) kívül esik vizsgálataimon, leírására más modell megalkotása szükséges.

A modellben bevezetett  $v_0$  és  $\Delta v_0$  mennyiségek jelentése szemléletes és egyszerű. A  $\lambda_N$  anyagjellemző paraméter fizikai jelentése kétféleképpen is megadható. Vezessük be az adott  $\sigma$  nyomásállapotban a mikrorepedések által okozott sebességesítésre a  $\Delta v = v_{max} - v$  jelöléssel a  $\sigma$  nyomáshoz tartozó sebességesítést. Ezzel a (3.1.3.3.) egyenlet felírható a következőképpen is

$$\Delta v = \Delta v_0 e^{(-\lambda_N \sigma)}. \quad (3.1.3.4.)$$

Láthatjuk, hogy a  $\sigma^*$  karakterisztikus nyomásnál (ahol  $\lambda_N \sigma^* = I$ ) a  $\Delta v$  mennyiség a „kezdeti”  $\Delta v_0$  értékéről az  $I/e$  részére csökken. A  $\lambda_N$  petrofizikai jellemző tehát a karakterisztikus nyomás reciproka.

A  $\lambda_N$  paraméternek másik jelentést is adhatunk. A tapasztalat azt mutatja, hogy a különböző kőzetek eltérő mértékben „reagálnak” a kőzetnyomás változására, azaz különböző a terjedési sebesség nyomás-érzékenysége. Az ún. érzékenységi függvényeket gyakran alkalmazzák a szeizmikus (Dobróka 1987, 1988), geoelektromos (Gyulai 1989), elektromágneses (Szalai és Szarka 2008) gyakorlatban, valamint a mélyfúrás geofizika (Dobróka és Szabó 2011) területén. Ennek mintájára definiáljuk a már bevezetett  $\Delta v = v_{max} - v$  sebességesés (logaritmikus) nyomásérzékenységét

$$S(\sigma) = -\frac{I}{\Delta v} \frac{d\Delta v}{d\sigma} = -\frac{d \ln(\Delta v)}{d\sigma}.$$

Látható, hogy a (3.1.3.4.) egyenlet alapján

$$\lambda_N = -\frac{d \ln(\Delta v)}{d\sigma} = S,$$

azaz a  $\lambda_N$  kőzetfizikai anyagjellemző a  $\Delta v$  sebességesés logaritmikus nyomásérzékenysége, amely nem függ a nyomástól.

#### 3.1.4. A kőzetfizikai modell kapcsolata irodalmi előzményekkel

A 2.1.2. fejezetben részletezett, empirikus megfontolások alapján feltételezett formulák nem tekinthetők a terjedési sebesség nyomásfüggését leíró kőzetfizikai modelleknek (hiszen csupán az egyenletek paramétereinek regressziós illesztése történik) és nem szolgálnak fizikai magyarázattal sem a jelenségre. Ezzel szemben a 3.1.3. fejezetben ismertetett kőzetfizikai modell a kőzetek széles körére érvényes és fizikai magyarázatot is ad a longitudinális hullámsebesség nyomásfüggésének jelenségére. A modell keretein belül a benne szereplő paramétereket kőzetfizikai jelentése is értelmezhetővé vált. A 2.1.2. fejezetben láttuk, hogy irodalmi előzményekben felvetődött a nyomás-sebesség kapcsolat exponenciális függvénnyel való jellemzése. Ennek megfelel és a kifejlesztett kőzetfizikai modell alapján látható, hogy a terjedési sebesség  $v_0$ -tól  $v_{max}$  értékig növekszik az  $I \cdot \exp(-\lambda \sigma)$  exponenciális függvénynek megfelelően. A modell tehát összhangban van az irodalmi (elsősorban regressziós vizsgálatokból származó) eredményekkel. A következő fejezetben a nyomásfüggés jelenségét a fajlagos pórusterfogát megváltozásával magyarázó modellegondolás kifejtésére térnek át.

### 3.2. Kőzetfizikai modell a pórustérfogat változása alapján

Kőzetek jelentős részénél a kőzet porózus természetéből adódóan jelentkezik a nyomásfüggés jelensége. A porózus kőzetben lévő szemcsék terhelés hatására kontaktusba kerülnek, melynek hatására növekvő terjedési sebesség mérhető, azaz a nyomásfüggés jelensége a fajlagos pórustérfogat változásával is magyarázható (Birch 1960). A következőkben erre az elgondolásra alapozva állítunk fel a felterhelési szakaszra érvényes kőzetfizikai modellt.

#### 3.2.1. A pórustérfogat nyomásfüggése

Birch (1960) kvalitatív elgondolása szerint a terheletlen állapotból indulva a nyomás növekedésének hatására a kőzetmintában először a nagy pórusok záródnak be, majd a nyomás további növelésével a kisebb pórusok lassúbb összenyomódási folyamata játszódik le a kőzetben, míg az összes pórus be nem zárul. A jelenség jellemző extenzív mennyisége ekkor a pórusok fajlagos (egységnyi térfogatra jutó)  $V$  térfogata. Erre az első modell törvényként elfogadott (3.1.) formula alapján a

$$dV = -\lambda_V V d\sigma \quad (3.2.1.1.)$$

differenciálegyenletet írhatjuk fel, ahol  $\lambda_V$  egy, az anyagra jellemző új kőzetfizikai paraméter és a negatív előjel azt fejezi ki, hogy növekvő feszültségnél (a pórusok zárultával) a (még) nyitott  $V$  pórustérfogat csökken. A (3.2.1.1.) differenciálegyenletet megoldva

$$V = V_0 e^{-\lambda_V \sigma}, \quad (3.2.1.2.)$$

ahol  $V_0$  a nyitott pórusok fajlagos térfogata feszültség mentes állapotban ( $\sigma=0$ ). Ezáltal előállt a pórustérfogat-nyomás kapcsolata. A fentieket modell törvényként fogadjuk el, ugyanakkor a sebesség nyomásfüggését leíró kőzetfizikai modell felállításához meg kell adni a fajlagos pórustérfogat-terjedési sebesség kapcsolatot is.

#### 3.2.2. A sebesség és a pórustérfogat változás kapcsolata

Birch (1960) kvalitatív elgondolása alapján a nyomás növekedésével a pórusok térfogata csökken, így növekvő terjedési sebesség mérhető a kőzetmintán. A 3.1.1. fejezetben leírtakhoz hasonlóan ezt a folyamatot is három szakaszra oszthatjuk. A terheletlen állapotból indulva nyomás hatására a nagy pórusok bezáródnak, így a terjedési sebesség nemlineárisan és meredeken nőni kezd. A második szakaszban a kisebb pórusok lassúbb

összenyomódási folyamata miatt a görbe meredeksége mérséklődik, majd a minta tönkremenetele miatt a mérhető sebesség csökkenni kezd. A mechanizmus alapján az akusztikus hullám terjedési sebességének nyomásfüggését a porózus közet pórusainak összenyomódása, végső soron záródása hozza létre. (A tönkremeneteli szakasszal a kőzetfizikai modellben nem foglalkozok.)

Hasonlóan a mikrorepedés koncentráció nyomásfüggésénél alkalmazott megfontolások alapján feltételezzük, hogy a terjedési sebességben bekövetkező  $dv$  elemi megváltozás és a fajlagos pórustérfogatban bekövetkező változás ( $dV$ ) között egyenes arányosság áll fenn:

$$dv = -\alpha_V dV, \quad (3.2.2.1.)$$

ahol  $\alpha_V$  arányossági tényező. A negatív előjel azt fejezi ki, hogy a sebesség a pórusok záródásával, azaz csökkenő pórustérfogat esetén növekszik. A 3.2.1.1. és a 3.2.2.1. differenciálegyenleteket modelltörvényekként elfogadva állítjuk fel a kőzetfizikai modellt.

### 3.2.3. A nyomásfüggő sebességmodell és a modellparaméterek fizikai jelentése

A modellegyenlet levezetéséhez egyesítsük a (3.2.1.1.) és (3.2.1.2.) egyenleteket

$$dV = -\lambda_V V_0 e^{-\lambda_V \sigma} d\sigma,$$

amivel a (3.2.2.1.) egyenletre a

$$dv = \alpha_V \lambda_V V_0 e^{-\lambda_V \sigma} d\sigma \quad (3.2.3.1.)$$

kifejezés adódik. Az egyenletet megoldva

$$v = K - \alpha_V V_0 e^{-\lambda_V \sigma}, \quad (3.2.3.2.)$$

ahol  $K$  ismeretlen integrációs állandó. Feszültségmentes állapotban a közetben terjedő rugalmas hullám sebességét itt is jelölje  $v_0$ . A (3.2.3.2.) egyenlet alapján ekkor meghatározható a  $K$  integrációs konstans. A  $\Delta v_0 = \alpha_V V_0$  jelölést bevezetve a (3.2.3.2.) egyenlet a

$$v = v_0 + \Delta v_0 (1 - e^{-\lambda_V \sigma}) \quad (3.2.3.3.)$$

alakot ölti, ahol  $\Delta v_0 (= \alpha_V V_0)$  új kőzetfizikai állandó. Látható tehát, hogy mindkét kvalitatív elgondolásból kiindulva formailag megegyező modellegyenletre jutunk. A fentiekben ismertetett fajlagos pórustérfogat változáson alapuló kőzetfizikai modell (longitudinális akusztikus hullámok és egytengelyű terhelés esetén) a kőzetek széles körére érvényes a reverzibilis tartományban. Érvényességének korlátját a két alapvető modell feltételezés (3.2.1.1. és 3.2.2.1. egyenletek) érvényességi köre szabja meg. Éppúgy, mint a

3.1.3. fejezetben bevezetett modellegyenlet esetében a sebesség, mint a nyomás függvénye az  $1 - \exp(-\lambda\sigma)$  függvény szerint  $v_0$ -tól  $v_{max}$  értékig növekszik. A növekedés üteme kis nyomásértékeknél nagy, azonban nagy nyomásértékek esetén a növekedés üteme csökken, mivel egyre kisebb a fajlagos pórusterfogat. Hasonlóan az előzőekhez a  $\Delta v_0$  állandót tekinthetjük a kőzetben, terheletlen állapotban lévő pórusterfogat által okozott sebességesnek (Ji et al. 2007). A modellben bevezetett  $v_0$ ,  $\Delta v_0$  és  $\lambda_V$  mennyiségek fizikai jelentése a 3.1.3. fejezetben leírtakkal azonos (modellbeli értékük és belső kőzetfizikai jellemzőkkel való kapcsolatuk természetesen különbözik).

### 3.3. Az eredmények értékelése

A jelen 3. fejezetben bemutatott eredményekből két tézist, ezeken belül öt altézist állítottam fel az alábbiak szerint:

#### 1. tézis

„Brace és Walsh (1964) mikrorepedésekre, ill. Birch (1960) pórusterfogat változásra alapozott kvalitatív modell-elgondolását egyesítve bevezettem a nyomásváltozás leírására vonatkozóan releváns  $X$  extenzív mennyiség fogalmát, amelyre egyszerű fizikai megfontolások alapján felállítottam a

$$dX = -\lambda X d\sigma$$

differenciálegyenletet és megadtam ezen mennyiség nyomásfüggését

$$X = X_0 e^{-\lambda\sigma}$$

a felterhelési szakaszra. Ennek alapján

- a) felállítottam a mikrorepedés koncentráció differenciál egyenletét, majd azt megoldva megadtam ezen mennyiség nyomásfüggését

$$N = N_0 e^{-\lambda_N \sigma},$$

ahol  $N_0$  a fajlagos repedésszám terheletlen állapotban,  $\lambda_N$  anyagjellemző új kőzetfizikai paraméter.

- b) Egyszerű fizikai megfontolások alapján felírtam a terjedési sebesség elemi megváltozása és az infinitezimális mikrorepedés koncentráció kapcsolatát, majd az 1a) altézisben leírt eredmények felhasználásával megadtam a sebesség-nyomás függvény differenciál egyenletét. Az egyenletet megoldva előállítottam a modell keretében érvényes sebesség-nyomás függvényt:

$$v = v_0 + \Delta v_0 (1 - e^{-\lambda_N \sigma}),$$

ahol  $v_0$  a longitudinális sebesség nyomásmentes állapotban és  $\Delta v_0 (= \alpha_N N_0)$  a sebességesés.

- c) Megadtam a kőzetfizikai modellben szereplő anyagi jellemzők ( $v_0$ ,  $\Delta v_0$ ,  $\lambda_N$ ) fizikai jelentését.”

## 2. tézis

„Birch (1960) kvalitatív modell-elgondolására alapozva kőzetfizikai modellt állítottam fel a longitudinális akusztikus sebesség nyomásfüggésének leírására a felterhelési szakaszra vonatkozóan. Ezen belül:

- a) Az 1. tézisben bevezetett  $X$  extenzív mennyiség egyenleteit a pórustérfogat változásra vonatkozóan alkalmazva felállítottam a fajlagos pórustérfogat változás differenciál egyenletét, majd azt megoldva megadtam e mennyiség nyomásfüggését:

$$V = V_0 e^{-\lambda_V \sigma}.$$

- b) Egyszerű fizikai megfontolások alapján felírtam a terjedési sebesség elemi megváltozása és az infinitezimális pórustérfogat változás kapcsolatát, majd a 2a) altézisben leírt eredmények felhasználásával megadtam a sebesség-nyomás függvény egyenletét és megállapítottam, hogy ez formailag megegyezik az 1. tézisben bevezetett sebesség-nyomás összefüggéssel

$$v = v_0 + \Delta v_0 (1 - e^{-\lambda_V \sigma}), \quad \Delta v_0 = \alpha_V V_0.$$

A formai egyezésen túl azonban a modell egyenletben szereplő kőzetfizikai anyagi jellemzők értéke és belső kőzetfizikai paraméterekkel való kapcsolatuk természetesen különbözik.”

#### 4. Kőzetfizikai modellek felállítása az abszorpciós tényező, ill. a jóság tényező nyomásfüggésének kvantitatív magyarázatára

A rugalmas hullámok csillapodásának fizikai folyamatát Toksöz és Johnston (1981) szerint kétféleképpen lehet jellemezni. A modellek egyik típusa a csillapodás jelenségét általánosított lineáris rugalmasságtani egyenleteken (Hooke törvény), vagy némely nemlinearitást megengedő módosított egyenleteken keresztül magyarázza. A modellek másik része új fizikai és matematikai leírást alkalmaz a lehetséges csillapodási mechanizmusok magyarázatára. Ezek a mechanizmusok a kőzetek mikroszkopikus jellemzőihez és a hullám terjedése közbeni viselkedéséhez kapcsolódnak. Utóbbi tárgyalásmóddhoz igazodva, jelen fejezetben (a korábban kiemelt kvalitatív modell-elgondolások követésével) kőzetfizikai modelleket dolgozok ki a longitudinális akusztikus hullám abszorpcióját leíró nyomásfüggő jóság tényezőre.

##### 4.1. Kőzetfizikai modell felállítása a mikrorepedések alapján

A 2.2.2. fejezetben bemutattam, hogy a szilárd kőzetekben lévő mikrorepedések, törések és más inhomogenitások növekvő csillapodáshoz, azaz csökkenő jóság tényezőhöz vezetnek, valamint, hogy a csillapodás erősen nyomásfüggő jelenség. A kőzet jóság tényezőjének nyomásfüggését vizsgálva a következőkben modellt állítok fel a mikrorepedés koncentráció nyomás alatti változásának 3. fejezetben bevezetett egyenlete alapján.

##### 4.1.1. A mikrorepedés koncentráció nyomásfüggése

A modellalkotást egyszerűsítendő Meglis et al. (1996) azon megfigyelésére hivatkozunk, mely szerint a jóság tényező és terjedési sebesség laboratóriumi mérése alapján előállított  $N$  repedéssűrűség megegyezik. Ebből kiindulva a 3.1.1. fejezetben a mikrorepedés koncentráció nyomás alatti változása kapcsán leírtak a jóság tényező tekintetében változatlanul érvényesek. Így alkalmazhatjuk 3.1.1. fejezetben bevezetett

$$dN = -\lambda_N N d\sigma, \quad (4.1.1.1.)$$

illetve

$$N = N_0 e^{-\lambda_N \sigma} \quad (4.1.1.2.)$$

összefüggéseket. A következőkben a mikrorepedés koncentráció nyomás alatti változásának jóság tényezőre gyakorolt hatását kell vizsgálnunk.

#### 4.1.2. A jósági tényező és a mikrorepedés koncentráció kapcsolata

A 2.2. fejezetben ismertettem, hogy az akusztikus hullám csillapodása a nyomás növekedésével a kőzetmintában lévő nyitott mikrorepedések záródása miatt csökken, amelynek következtében a jósági tényező értéke a terhelés kezdeti szakaszában nemlineárisan növekszik. A terjedési sebesség-nyomás görbéhez hasonlóan a magasabb nyomásértékeknél a jósági tényező-nyomás görbe meredeksége mérséklődik, mivel egyre kevesebb a mintában lévő nyitott mikrorepedések száma. A modell felállításánál a konstans Q-modellt alkalmazom. Nyilvánvaló, hogy a mikrorepedések fajlagos számának  $dN$  növekedése hatással van a jósági tényező  $dQ$  megváltozására. Feltételezzük, hogy az elemi változások kapcsolata lineáris, azaz modelltörvényként vezetjük be a

$$dQ = -\beta_N dN \quad (4.1.2.1.)$$

egyenletet, ahol  $\beta_N$  arányossági tényező és a negatív előjel azt fejezi ki, hogy csökkenő nyitott mikrorepedés szám esetén a jósági tényező értéke nő. A 4.1.1. és jelen fejezetben kidolgozott differenciálegyenleteket modelltörvényként elfogadva petrofizikai modellt állíthatunk fel a következőképpen.

#### 4.1.3. A nyomásfüggő jósági tényező modell és a modellparaméterek fizikai jelentése

A jósági tényező modell felállításához egyesítsük a (4.1.2.1.) feltételt a (4.1.1.1.) és (4.1.1.2.) egyenletekkel:

$$dQ = \beta_N \lambda_N N_0 e^{-\lambda_N \sigma} d\sigma. \quad (4.1.3.1.)$$

Nyomásmentes állapotban, a kőzetmintában a jósági tényező mérhető, melyet jelöljünk  $Q_0$ -al, így az integrációs konstans (a korábbiakhoz hasonlóan) meghatározható. Bevezetve a  $\Delta Q_0 = \beta_N N_0$  jelölést a fenti egyenlet megoldása az alábbi alakot ölti

$$Q = Q_0 + \Delta Q_0 (1 - e^{-\lambda_N \sigma}), \quad (4.1.3.2.)$$

ahol  $\lambda_N$  a már bevezetett anyagra jellemző kőzetfizikai paraméter. Ismeretes, hogy az akusztikus hullám csillapodásának számos oka lehet (geometriai csillapodás, szórás, stb.). A (4.1.3.2.) egyenlettel csupán a kőzetnyomás változásának hatására a jósági tényezőben (a mikrorepedések záródása/nyílása miatt) bekövetkező változást és az ebből adódó fizikai abszorpciót kívántam leírni (Dobróka és Somogyi Molnár 2012b). A modellegyenlet alapján látható, hogy hasonlóan a terjedési sebességhez, a jósági tényező is exponenciális függvény szerint változik a nyomással. Az egyenletben bevezetett  $\Delta Q_0$  az a jósági tényező tartomány, amelyben a jósági tényező változhat a terhelésmentes állapottól kezdve a nagy kőzetnyomással jellemzett állapotig ( $Q_{max}$ ). A  $\Delta Q_0 = \beta_N N_0$  jelölésből következik, hogy

ugyanabból a kőzettípusból/geológiai egységből származó kőzetminták esetében, ha a  $\beta_N$  arányossági tényezőt közel konstansnak tekintjük,  $\Delta Q_0$  arányos lesz a nyitott mikrorepedések számával,  $N_0$ -al. Tehát, ha egy kőzetmintában a  $\Delta Q_0$  jóság tényező tartomány kicsi, akkor a mintában a nyitott mikrorepedések száma is kevés lesz.

A jóság tényező a  $Q_{max}$  határértéket magas feszültség értékek mellett veszi fel. Mindez természetesen csak a modell keretében érvényes, mert a nagy feszültségek tartományában a terhelés hatására a kőzetben új mikrorepedések is keletkezhetnek. A tartomány átlépésekor az ún. kritikus nyomást (Anselmetti and Eberli 1997) meghaladva a minta roncsolódása miatt a terhelés hatására új repedések nyílnak és a mérhető jóság tényező - a nyomás növekedésével - csökken. Ezért a modell csak a reverzibilis tartományban érvényes, az irreverzibilis tartomány leírása kívül esik a vizsgálataimon. A jóság tényező kapcsolata a kőzetnyomással a fajlagos pórustérfogatban bekövetkezett változással is leírható, melyről a következő fejezetben lesz szó.

#### 4.2. Kőzetfizikai modell felállítása a pórustérfogat változás alapján

Nyilvánvaló, hogy porózus kőzetek esetében a bennük terjedő rugalmas hullám csillapodása, illetve jóság tényezőjének nyomásfüggése a kőzet porozitásától, a póruskitöltő anyagok fajtájától, mennyiségétől függ inkább, azaz a nyomásfüggés jelensége a fajlagos pórustérfogat változásával magyarázható. Erre az alapgondolatra koncentrálna is felállíthatunk kőzetfizikai modellt.

##### 4.2.1. A pórustérfogat változás nyomásfüggése

A jóság tényező nyomásfüggésének pórustérfogat változáson alapuló kvantitatív magyarázatához elengedhetetlen a pórustérfogat változás nyomásfüggésének tárgyalása. A hullámterjedési jellemzőtől függetlenül a 3.2.1. fejezetben leírtak (a pórusok nyomás hatására történő záródása) ebben az esetben is érvényesek. Ismét figyelembe véve Meglis et al. (1996) eredményét és kiterjesztve a pórustérfogat változásán alapuló kőzetfizikai modellre, a 3.2.1. fejezetben leírtak a jóság tényező modellezésében is fennállnak. A fajlagos pórustérfogat  $dV$  változását a  $d\sigma$  nyomásváltozással összekapcsoló alapfeltevést továbbra is a

$$dV = -\lambda_V V d\sigma \quad (4.2.1.1.)$$

differenciálegyenlettel írhatjuk le, ahol  $\lambda_V$  a már bevezetett anyagra jellemző kőzetfizikai paraméter. A (4.2.1.1.) differenciálegyenlet megoldása

$$V = V_0 e^{-\lambda_V \sigma}, \quad (4.2.1.2.)$$

ahol  $V_0$  továbbra is a terheletlen állapotban ( $\sigma=0$ ) mérhető fajlagos pórustérfogat.

#### 4.2.2. A jósági tényező és a pórustérfogat változás kapcsolata

Az akusztikus hullám jósági tényezőjének (csillapodásának) nyomásfüggését a porózus közet pórusainak összenyomódása hozza létre. Tehát feltételezzük, hogy terhelés hatására a jósági tényezőben bekövetkező változás ( $dQ$ ) egyenes arányosságban áll a fajlagos pórustérfogatban bekövetkezett változással, azaz

$$dQ = -\beta_V dV, \quad (4.2.2.1.)$$

ahol  $\beta_V$  arányossági tényező és a negatív előjel azt fejezi ki, hogy a pórusok összenyomódása (a pórustérfogat csökkenése) esetén a jósági tényező értéke nő. A 3.2.3. fejezetben alkalmazott eljárást követve felírható a fajlagos pórustérfogat változás modell elgondolására alapozott jósági tényező-közetnyomás függvény

$$Q = Q_0 + \Delta Q_0 (1 - e^{-\lambda_V \sigma})$$

szerinti formában. Az egyenlet alapján látható, hogy mindkét kvalitatív elgondolásból kiindulva formailag megegyező modellegyenletre jutunk. A modellben szereplő kőzetfizikai paraméterek jelentése a 4.1.3. fejezetben leírtakkal azonos.

#### 4.3. Az eredmények értékelése

A 4. fejezetben bemutatott eredményeket egy tézisben, ezeken belül két altézisben foglaltam össze az alábbiak szerint:

##### 3. tézis

„A felterhelési szakaszra vonatkozóan kőzetfizikai modellt állítottam fel a longitudinális akusztikus sebesség jósági tényezőjének nyomásfüggésére.

a) Az 1a) altézisben a fajlagos repedésszámra felállított kőzetfizikai modellt felhasználva felállítottam a jósági tényező nyomásfüggését leíró differenciálegyenletet. Az egyenletet megoldva előállítottam a jósági tényező-nyomás függvényt:

$$Q = Q_0 + \Delta Q_0 (1 - e^{-\lambda_N \sigma}),$$

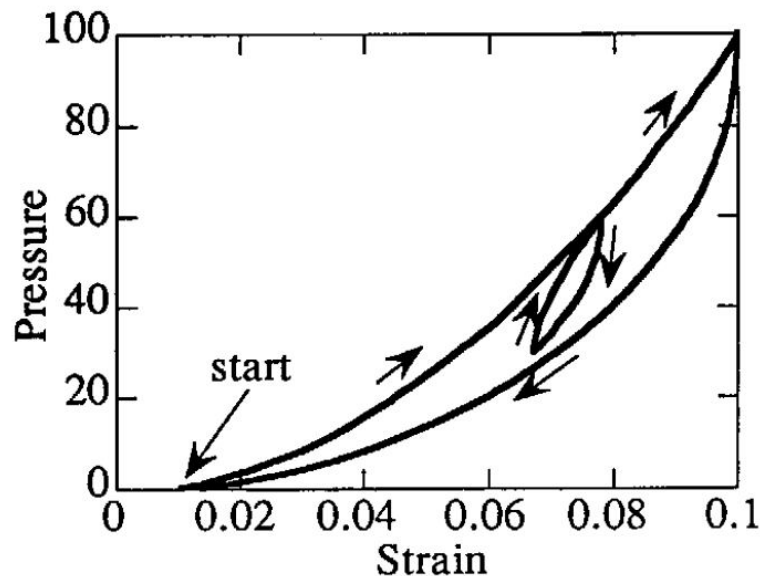
ahol  $Q_0$  a jósági tényező nyomásmentes állapotban,  $\Delta Q_0 (= \beta_N N_0)$  az a jósági tényező tartomány, amelyben a jósági tényező változhat és  $\lambda_N$  jelentése ugyanaz, mint az 1a) altézisben.

- b) A 2a) altézisben a pórustérfogat változásra bevezetett eredmények felhasználásával felállítottam a jóság tényező-nyomás függvény differenciál egyenletét és annak megoldásaként megadtam a jóság tényező nyomásfüggését a modellfeltételeknek megfelelő közetekre.”

### 5. Akusztikus hiszterézis vizsgálata a terjedési sebesség vonatkozásában

A hiszterézis jelenségének megismerése lényeges pl. a rezervoármechanika (a szénhidrogén-kitermelés során a tárolók mechanikai tulajdonságainak megértése), vagy az építőmérnöki mérések (az út alapjának vibrációs tömörítésének folyamata, valamint hidak ívszerkezetének süllyedésének vizsgálata, stb.) gyakorlatában (Rudenko és Robsman 2004).

Az akusztikus hiszterézis jelensége hasonló a ferromágneses anyagok mágnesezésénél megismert, illetve a mechanikai hiszterézishez. Az utóbbi jelenség során a felterheléskor és az azt követő leterheléskor a feszültség-deformáció függvény eltér egymástól. Az 1. ábrán jól látható, hogy a feszültség-deformáció függvény kétértékű.



1. ábra: A mechanikai hiszterézis jelensége (feszültség-deformáció görbe)

(Forrás: McKall K.R. és Guyer R.A. 1966. A new theoretical paradigm to describe hysteresis, discrete memory and nonlinear elastic wave propagation in rock. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 3, 89-101.)

A feszültség-deformáció függvény első deriváltjai, azaz a görbék adott pontbeli érintőjének iránytangensei a rugalmas modulusokat adják meg, melyek - mint ismeretes - a longitudinális és transzverzális akusztikus hullám terjedési sebességét megadó kifejezésekben négyzetgyök alatt szerepelnek. Ennek következtében várható, hogy a rugalmas hullám terjedési sebessége is hiszterézist fog mutatni, azaz a kőzetet a mechanikai felterhelés, illetve leterhelés során eltérő hullámterjedési sebesség jellemzi

majd. Ezt megerősítették kőzetfizikai laboratóriumban végzett (később ismertető) mérési eredményeim. A fentiek alapján a 3.1. fejezetben kidolgozott, a mikrorepedés koncentráció változására alapozott kőzetfizikai modellt kiterjesztem a leterhelési szakaszra is.

### **5.1. Az akusztikus hiszterézis irodalmi előzményei**

Az akusztikus hiszterézis laboratóriumban történő vizsgálata gyakori feladat (Jones és Wang 1981, Ji et al. 2002). A hiszterézis jelensége a mikrorepedések irreverzibilis záródásával (Birch 1960), a pórustérfogat irreverzibilis csökkenésével (Jones és Wang 1981), valamint a kőzetben lévő kötőanyagok nemlineáris viselkedésével (Hill 1963, Hashin és Shtrikman 1963) magyarázható. A mikrorepedések irreverzibilis záródásának elképzelése szerint a felterhelés során a kőzetben - adott nyomáson - bezáródott mikrorepedések nem nyílnak ki újra maradéktalanul a leterhelési szakaszban ugyanazon kőzetnyomásnál. Egy másik elgondolás (Jones és Wang 1981) alapján a magas nyomásértékek mellett a felterhelés során záródott pórusok a leterhelési ciklusban kis nyomásértékeknél már nem veszik fel eredeti alakjukat és méretüket. Ez utóbbi folyamat inkább agyagos kőzetekben játszódik le, melyekben a jól körülhatárolható mikrorepedések nem jellemzőek (Scholz és Kranz 1974). Mikrorepedések és szemcsék környezetében képlékeny ásványok (például klorit, szericit vagy szerpentin) ágyazódhatnak be, ami megváltoztatja a kőzet rugalmas tulajdonságait. A kőzetben lévő szemcsék ugyanis tökéletesen rugalmas testként viselkednek, míg a szemcsék közti kötőanyagok gyakran nemlineárisan rugalmas tulajdonságot mutatnak. Ennek eredményeképpen a kőzet nemlineáris rugalmas viselkedést és hiszterézist mutat. A jelenség magyarázatára az előzőekben alkalmazott kőzetfizikai modellek továbbfejlesztésével teszünk kísérletet.

### **5.2. Kőzetfizikai modell az akusztikus hiszterézis leírására**

A hullámsebesség növekvő nyomás melletti növekedésének jelenségére a 3.1.1. fejezetben kidolgozott, a felterhelési szakaszra érvényes kőzetfizikai modellnél tett megfontolásokat követve, a leterhelési szakasz is leírhatóvá válik.

### 5.2.1. A felterhelési és leterhelési szakasz leírása

A leterhelési szakaszt jellemző kőzetfizikai modellt a mikrorepedések viselkedésére alapozzuk. A kőzetnyomás csökkenésével a terjedési sebesség csökken, ami modell feltételként azzal magyarázható, hogy a felterhelési szakaszon zárult mikrorepedések újra kinyílnak. Mivel az adott nyomáson a leterhelési szakaszon mért akusztikus terjedési sebesség nagyobb, mint a felterhelési szakaszon ugyanezen nyomásnál kapott sebesség, a modellfeltétel kiegészíthető azzal, hogy a felterheléskor zárult mikrorepedések (ugyanazon nyomáson) leterheléskor nem nyílnak ki maradéktalanul. Ezáltal a 3.1.3. fejezetben bemutatott kőzetfizikai modellt kiterjesztve a leterhelési szakaszra, a hiszterézis jelensége egzaktul leírhatóvá válik.

### 5.2.2. Az akusztikus hiszterézis modell és paramétereinek értelmezése

A leterhelési szakasz jellemzéséhez vezessük be a zárt mikrorepedések számát ( $n$ ), amely előáll a kőzetben nyomásmentes állapotában lévő nyitott mikrorepedések  $N_0$  számának és adott nyomásérték melletti nyitott mikrorepedések  $N$  számának a különbségeként:  $n=N_0-N$ . A kőzetfizikai modell alapfeltételezése, hogy a zárt mikrorepedések számában bekövetkező változás ( $dn$ ) egyenesen arányos a zárt mikrorepedések számával ( $n$ ) és az alkalmazott  $d\sigma$  nyomáscsökkenéssel

$$dn = \lambda' n d\sigma, \quad (5.2.2.1.)$$

ahol  $\lambda'$  egy új, a már bevezetett  $\lambda$  paramétertől különböző (de fizikai jelentésében a leterhelési szakaszon megegyező) anyagjellemző kőzetfizikai paraméter. A fenti differenciál egyenletet megoldva

$$n = n_m e^{-\lambda'(\sigma_m - \sigma)}, \quad (5.2.2.2.)$$

ahol  $n_m$  a zárt mikrorepedések száma az alkalmazott (a felterhelési szakaszon elért)  $\sigma_m$  maximális nyomás esetében. Az elemi sebesség változást a nyitott mikrorepedések koncentrációjának elemi változásával összekapcsoló (3.1.2.1.) egyenletet a leterhelési szakaszra változatlan formában érvényesnek tekintjük, hiszen a sebesség változás szempontjából csak a mikrorepedés koncentráció változása lényeges, függetlenül attól, hogy milyen okból történt a változás. Az (5.2.2.1.) és (5.2.2.2.) egyenletek együttes megoldásával a  $dN = -dn$  formula felhasználása mellett

$$v = v_m - \alpha n_m \left(1 - e^{-\lambda'(\sigma_m - \sigma)}\right) \quad (5.2.2.3.)$$

adódik, ahol  $v_m$  az alkalmazott  $\sigma_m$  maximális nyomás mellett mérhető sebesség. A modell lényeges kritériuma, hogy a leterhelési szakasz a felterhelés során alkalmazott maximális nyomástól indul. Az  $\alpha n_m = \Delta v_m$  jelölést alkalmazva megkapjuk a leterhelési szakaszra érvényes, a longitudinális hullámsebesség nyomásfüggését leíró modellegyenletet

$$v = v_m - \Delta v_m \left(1 - e^{-\lambda'(\sigma_m - \sigma)}\right). \quad (5.2.2.4.)$$

A (5.2.2.4.) egyenlet elvi összefüggést szolgáltat a terjedési sebesség és a kőzetnyomás kapcsolatára a leterhelési szakaszon. Ezen a szakaszon a sebesség, mint a nyomás függvénye  $v_m$ -től a  $v_0$  értékig csökken az  $1 - \exp(-\lambda'(\sigma_m - \sigma))$  függvénynek megfelelően. Ezen csökkenés üteme nagy nyomásértékek esetén kicsi, azonban kis nyomásértékeknél a csökkenés üteme nő, mivel a mintában egyre több a nyitott mikrorepedés. Látható, hogy az (5.2.2.3.) egyenlet maximális nyomásértéknél ( $\sigma_m$ ) a mérhető terjedési sebességet ( $v_m$ ) adja, míg  $\sigma = 0$  esetén a  $v(0) = v_l$  jelölést alkalmazva

$$v_l = v_m - \alpha n_m \left(1 - e^{-\lambda' \sigma_m}\right)$$

adódik. Bevezetve a

$$\Delta v_l = -\alpha n_m e^{-\lambda' \sigma_m}$$

formulát, az (5.2.2.4.) egyenlet formálisan a felterhelési szakaszt leíró (3.1.3.3.) modellegyenlethez hasonló összefüggésre vezet

$$v = v_l + \Delta v_l \left(1 - e^{-\lambda' \sigma}\right). \quad (5.2.2.5.)$$

Megállapítható tehát, hogy mind fel-, mind leterhelési szakasz esetében azonos kvalitatív elgondolásból kiindulva hasonló modellegyenletre jutunk (Dobróka és Somogyiné Molnár 2012a).

### 5.3. Az eredmények értékelése

Az 5. fejezetben ismertetett akusztikus hiszterézissel kapcsolatos vizsgálataimból egy tézist és három altézist állítottam fel.

#### 4. tézis

„Brace és Walsh (1964) kvalitatív modell-elgondolásából kiindulva kőzetfizikai modellt állítottam fel a longitudinális akusztikus sebesség nyomásfüggésének leírására a leterhelési szakaszon, amelyre alapozva bevezettem az akusztikus hiszterézist magyarázó petrofizikai modellt.

a) Az  $n = N_0 - N$  fajlagos zárt repedésszám nyomásfüggésére egyszerű fizikai megfontolással differenciálegyenletet állítottam fel, majd megadtam annak megoldását

$$n = n_m e^{-\lambda'(\sigma_m - \sigma)}$$

ahol  $\sigma_m$  a felterhelési szakaszon alkalmazott maximális nyomást jelenti (innen indul a leterhelési szakasz),  $n_m$  a zárt mikrorepedések száma  $\sigma_m$  nyomás esetén,  $\lambda'$  a leterhelési szakaszra érvényes közetfizikai anyagjellemző.

- b) Az 1b) altézisben a sebesség elemi megváltozása és a nyitott mikrorepedések koncentrációjának elemi megváltozása között felállított differenciálegyenlet felhasználva, előállítottam a leterhelési szakaszra érvényes sebesség-nyomás kapcsolatot

$$v = v_m - \alpha n_m \left(1 - e^{-\lambda'(\sigma_m - \sigma)}\right),$$

ahol  $v_m$  az alkalmazott maximális nyomás mellett mérhető sebesség.

- c) Az 1. tézisben felterhelésre (a  $\sigma_m$  maximális nyomásig) kapott sebesség-nyomás függvényt a  $\sigma_m$  feszültség értéktől indított leterhelési szakaszon a 4b) altézis szerinti sebesség-nyomás függvénnyel kiegészítve az akusztikus hiszterézis leírására alkalmas függvény együttest állítottam elő. Ezáltal - figyelembe véve az 1. és 4. tézisek mögött álló fizikai modelleket - az akusztikus hiszterézis jelenségét magyarázó fizikai modell állt elő.”

## **6. A kőzetfizikai modellek paramétereinek laboratóriumi mérések alapján történő meghatározása**

A felállított kőzetfizikai modellegyenletek segítségével tetszőleges nyomásnál meg tudjuk határozni a terjedési sebesség, illetve a jósági tényező értékeit, amennyiben ismerjük a kőzet paramétereit. Ezeket a paramétereket azonban rendszerint nem ismerjük, hanem mérési adatok feldolgozásával és értelmezésével állapítjuk meg. Ezt a folyamatot inverz feladatként felfogva a fentiekben bevezetett kőzetfizikai modellek a megfelelő direkt probléma modell törvényeiként kezelhetők.

### **6.1. A mérési adatok gyűjtése**

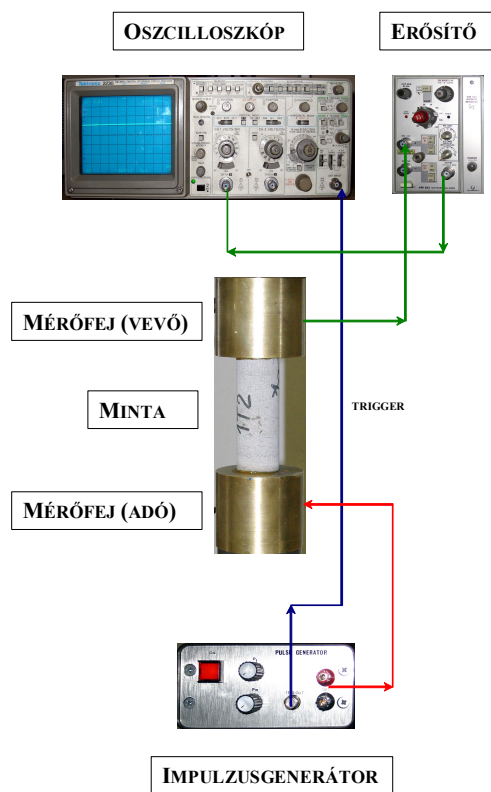
A kőzetfizikai modellek gyakorlatban való alkalmazhatóságának igazolása céljából a modelleket laboratóriumban, nyomás alatt mért akusztikus sebesség és jósági tényező adatokon teszteltem, melyek közül elsőként a longitudinális hullámsebesség mérését és adatait mutatom be.

#### **6.1.1. Sebesség adatok mérése változó nyomás mellett**

A terjedési sebesség nyomás alatt történő mérése speciális mérőberendezés összeállítását tette szükségessé. Az értekezésben tanulmányozott kőzetminták a Geofizikai Tanszék kőzettárából származnak különböző fúrásokból és eltérő mélységekből.

##### **6.1.1.1 A mérőberendezés bemutatása**

Az akusztikus hullám terjedési sebességét az impulzus átviteli módszerrel mértük (Toksöz et al. 1979). a 2. ábrán látható séma szerint (Dobróka és Ormos 2008).



2. ábra: A longitudinális hullámsebesség mérésére szolgáló berendezés elvi vázlata  
(Forrás: Dobróka és Ormos 2008)

A mérőfejek (adó és vevő) 55 mm átmérőjű, 6,5 mm vastagságú báriumtitanátból készült piezokerámia korongot tartalmaznak. Az impulzus generátor 2  $\mu$ s időtartamú pozitív, mintegy 250 V-os feszültség impulzust ad a piezoelektromos adó kristályra, amely akusztikus hullámot indít a mintában. Az impulzus generátor a mérőrendszer szinkronizálására (triggerelésére) alkalmas jelet is ad, amely az oszcilloszkóp vezérlésére (indítására) szolgál. A vevő kristály a beérkező akusztikus jelet elektromos impulzussá alakítja, amit szélessávú differenciál erősítővel erősítettünk fel. A hullámok terjedési idejét nagyfrekvenciás digitális oszcilloszkóp segítségével mértük. A jel/zaj viszony növelése érdekében 32-szeres vertikális összegzést alkalmaztunk, amely 32 egymást követő mérésnek az oszcilloszkóp memóriájában való futó átlagolását jelenti. Ezzel a módszerrel lényegesen csökkentettük a megjelenített hullámképben a külső zajok amplitúdóját, és ennek következtében az első beérkezések pontosan meghatározhatóak voltak. Az alkalmazott igen magas erősítés értékek következtében a beérkező hullámok igen pontosan kijelölhetőek voltak, legtöbb esetben 100 ns-nál pontosabban.

A kőzetmintákat egytengelyű terhelés alatt vizsgáltuk a ME Bányászati és Geotechnikai Tanszékének SZF-1 típusú elektromechanikus anyagvizsgáló berendezésével. Az alkalmazott nyomóerőket egy hitelesített mérőfejjel és mérőerősítővel állítottuk be. A terhelések az adó és vevő fejeket keresztül adódnak át a kőzetmintára. A terhelés változtatása kis lépésekben (1kN) történt és minden nyomáson megmértük a terjedési időt. A kőzetminták törési szilárdságait ugyanazon mélységközből származó szabványos mintákon a ME Bányászati és Geotechnikai Tanszéke határozta meg. Ezek alapján az általunk használt minták törési szilárdságaira becsült értékeket kaptunk, amely értékeket a mérés során nem közelítettünk meg, hogy újabb repedéseket ne okozzunk a kőzetmintákban. (Az egytengelyű törőszilárdság közelítőleg 1/3-áig terheljük a kőzetmintákat.)

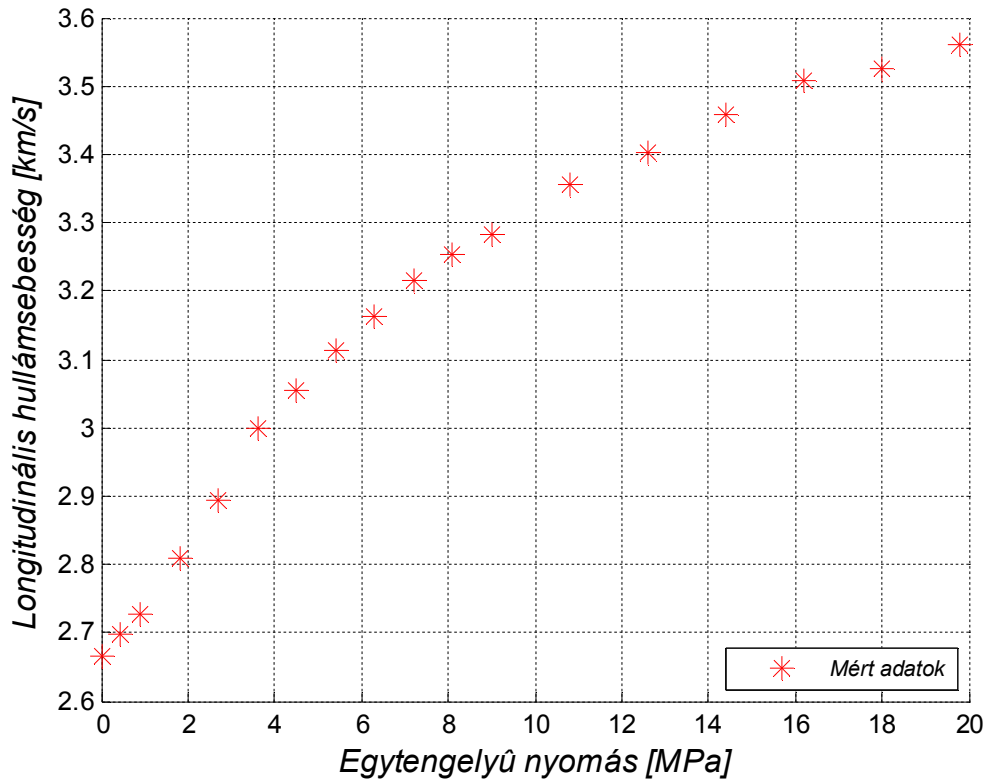
#### 6.1.1.2 A mérési adatok bemutatása különböző kőzetmintákon

Az értekezésben négy kiválasztott kőzetminta mérési adatait (egytengelyű terhelésnél mért longitudinális hullámsebesség) mutatom be. A minták átmérője 35mm, hosszuk mintegy 80-100mm volt. A kiválasztott homokkő minták jellemzőit az 1. táblázat tartalmazza.

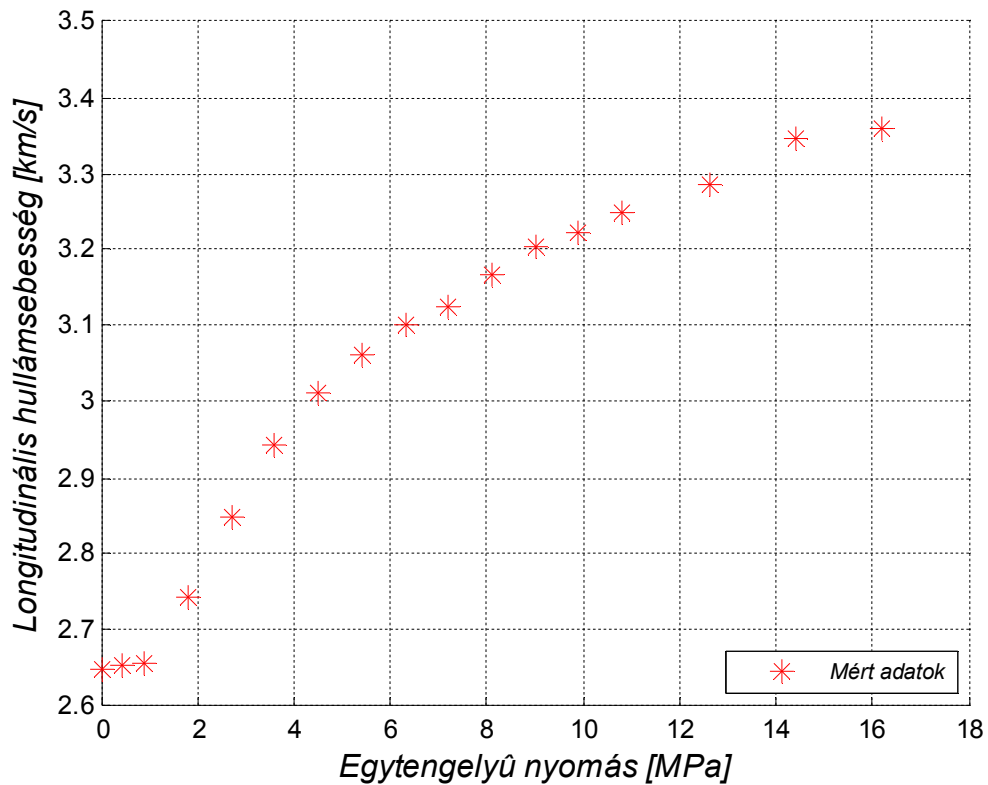
1. táblázat: A vizsgált kőzetminták leírása

Minta jele	Kőzetanyag
A	finom, közepes szemcsés homokkő
B	finomszemcsés homokkő
C	apró szemcsés homokkő
D	finomszemcsés homokkő

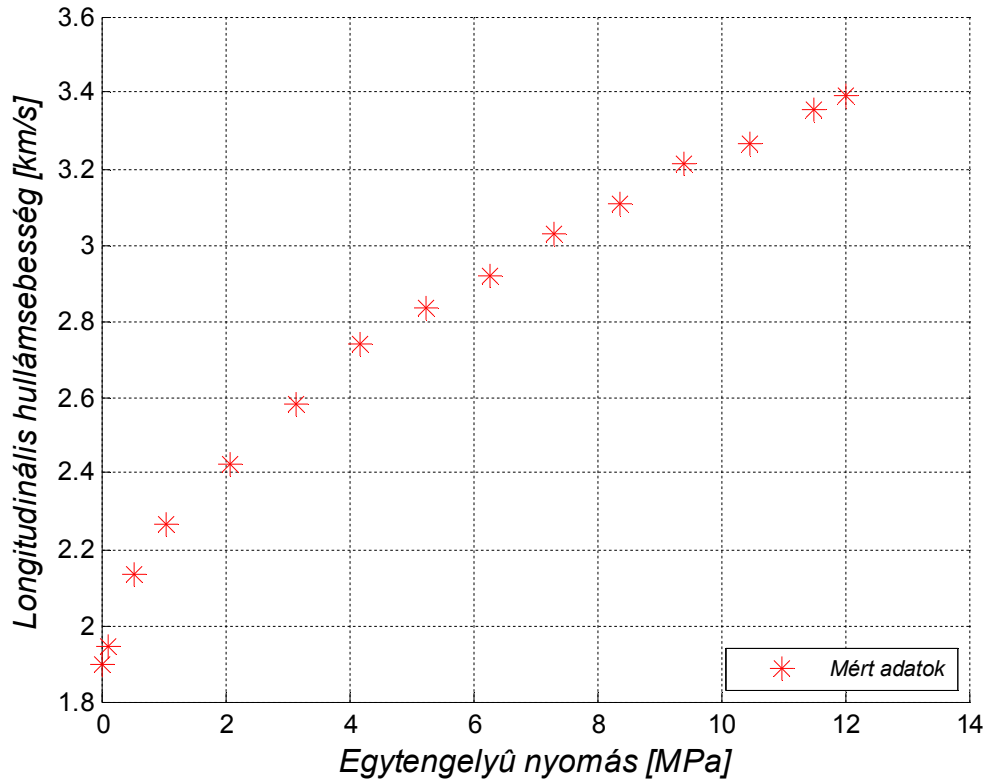
A mérési adatokat MATLAB fejlesztői környezet grafikus felületének segítségével ábrázoltam (3-6. ábrák).



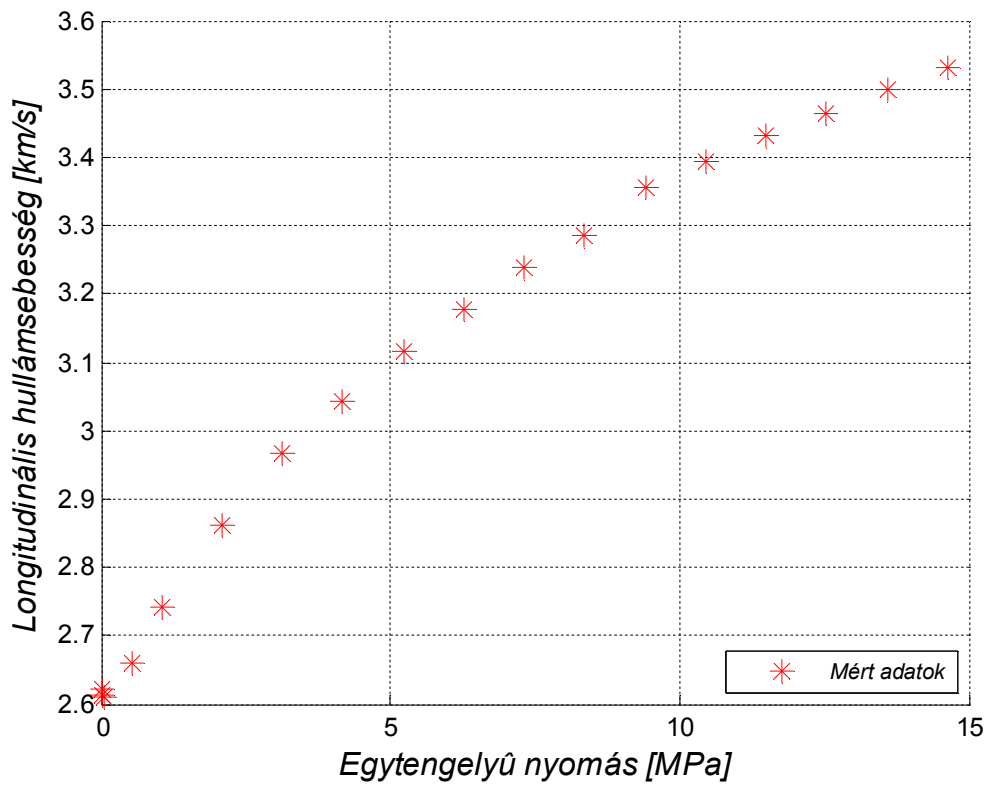
3. ábra: Az A jelű kőzetminta sebesség-nyomás függvénye



4. ábra: A B jelű kőzetminta sebesség-nyomás függvénye



5. ábra: A C jelű kőzetminta sebesség-nyomás függvénye



6. ábra: A D jelű kőzetminta sebesség-nyomás függvénye

### 6.1.2. Szakirodalmi jósági tényező adatok bemutatása

A jósági tényező modellt szakirodalomban publikált mérési adatokon teszteltem. A modell, kőzetminták széles körében való alkalmazhatóságának bizonyítása céljából az értekezésben homokkő (Berea, Rotbach), szén, illetve gneisz kőzetminták mérési adatait mutatom be (2. táblázat). Mindegyik kőzetminta esetében a jósági tényezőt a spektrális arány módszer (Toksöz et al. 1979) segítségével mérték, azzal a feltételezéssel, hogy a jósági tényező az alkalmazott frekvenciatartományban a frekvenciától nem függ (konstans Q modell).

2. táblázat: A kiválasztott kőzetminták leírása

Minta	Kőzetanyag jellemzői	A minta egyéb, a szerzők által közölt jellemzői
Berea homokkő (Toksöz et al. 1979)	mikrorepedezettséget, illetve gyengén cementáltságot mutatott	porozitása 16%, permeabilitása 75mD
Rotbach homokkő (Lucet és Zinszner 1992)	lényeges heterogenitást nem mutatott	-
Feketekőszén (Yu et al. 1993)	homogén, központi részén mikrosávós mintázatot figyeltek meg	felsőperm korú
Hebron gneisz (Meglis et al. 1996)	középszemcsés kvarc-plagioklász-biotit gneisz, vízszinteshez közeli palásságot mutatott, mely befolyásolta a mikrorepedések irányát	a Hebron formációból származik

Yu et al. (1993) a feketekőszén mintán longitudinális hullámsebességet is mértek, így lehetővé vált a terjedési sebesség és jósági tényező modell együttes alkalmazása. Prasad és Manghnani (1997) Berea homokkő esetében publikált együttes mérési adatokat. Az általuk vizsgált Berea kőzetmintára vonatkozó jellemzők megegyeznek a 2. táblázatban leírtakkal. A hullámsebességek mérésére a szerzők a már ismertetett impulzus átviteli módszert alkalmazták. Prasad és Manghnani a különböző nyomáson elvégzett mérések hibáját 1%

körülinek becsülte. A jósági tényezőt szintén a spektrális arány módszer segítségével mérték. A jelen és 6.1.1. fejezetben bemutatott mérési adatokból a kőzetfizikai modellek paramétereit inverziós feldolgozással lehet leszámaztatni.

## 6.2. A kőzetfizikai modellek paramétereinek meghatározására szolgáló inverziós eljárások

A felállított kőzetfizikai modellek megteremtik annak a lehetőségét, hogy a kőzet paramétereinek ismeretében a modellegyenletek segítségével tetszőleges nyomásnál meg tudjuk határozni a terjedési sebesség, illetve a jósági tényező értékeit. A geofizikai inverzió terminológiájával fogalmazva ezek az egyenletek a direkt feladat megoldását jelentik. Azonban ezeket a paramétereket nem ismerjük, hanem közvetett módon, a mérési adatok inverziós feldolgozásával határozzuk meg.

### 6.2.1. Független lineáris inverziós eljárás bemutatása

Előzetes ismereteink alapján valamely adatsorról feltételezzük, hogy az mely petrofizikai mennyiségeknek a függvénye (melyeket modell paramétereknek nevezünk), illetve milyen a függés jellege. Az elméleti (számított) adatok és a paraméterek feltételezett kapcsolatát a

$$\vec{d}_e = \vec{g}(\vec{m}) \quad (6.2.1.1.)$$

funkcionál jelölje, ahol

$$\vec{d}_e = \{d_1^{(e)}, d_2^{(e)}, \dots, d_N^{(e)}\}^T$$

az  $N$ -dimenziós adatvektor és

$$\vec{m} = \{m_1, m_2, \dots, m_M\}^T$$

az  $M$ -dimenziós paraméter vektor. A mérési adatokat a

$$\vec{d}_m = \{d_1^{(m)}, d_2^{(m)}, \dots, d_N^{(m)}\}^T$$

jelöli ( $M$  a modellparaméterek száma és  $N$  a mért adatok száma,  $T$  a transzponált jelölése).

A fenti  $\vec{g}(\vec{m})$  funkcionál általános esetben nemlineáris függést jelent. A geofizikai inverzió gyakorlatában a nemlineáris inverz feladatot iteratív úton lineáris problémák sorozatára vezetjük vissza. Ennek keretében a paramétertér egy megoldáshoz közeli pontjából indítjuk az eljárást (melyet a priori információk alapján határozunk meg), majd a modellt lépésenként korrigálva jutunk egyre közelebb a matematikailag optimális

megoldáshoz. Így juthatunk a nemlineáris inverz feladat linearizált alakjára (Dobróka 2001)

$$\delta \vec{d} = \underline{\underline{G}} \delta \vec{m},$$

ahol  $\delta \vec{d} = \vec{d}_e - \vec{d}^{(o)}$   $N$  dimenziós eltérésvektor,  $\underline{\underline{G}}$  az  $N \times M$  elemű Jakobi-mátrix és  $\delta \vec{m}$  a startmodell és a megoldás közötti  $M$  dimenziós eltérésvektor. Az előállított lineáris algebrai egyenletrendszer ismételt megoldásával a korábbi modellt fokozatosan finomíthatjuk. Ezzel a nemlineáris inverz problémát linearizáltuk, mivel a  $\underline{\underline{G}}$  mátrix független a paraméterek  $\delta \vec{m}$  vektorától.

Tekintve, hogy a mérési adataink általában zajosak, az inverzióban szokásos a mért adatok  $\vec{d}_m$  vektora és a számított adatok  $\vec{d}_e$  vektora közötti

$$\vec{e} = \vec{d}_m - \vec{d}_e$$

eltérés (vagy hiba) vektor bevezetése, amely általában nem zérus vektor és elemei rendszerint nem is tehetők egyidejűleg zérussá (pl. a mérési adatokban mindig meglévő zaj miatt). Ezért a két adatrendszer egyezésének jellemzésére az  $\vec{e}$  vektor minden elemének zérustól való eltérésében monoton

$$E = E(\vec{d}_m - g(\vec{m}))$$

függvény bevezetése célszerű, amely a mért és számított adatok illeszkedését (vagy inkább eltérését) jellemző skalárként használható. Az inverz feladatot az  $\vec{e}$  eltérésvektor valamely normáján keresztül, a mért és a számított adatok eltérésének minimalizálásával oldjuk meg. A leggyakrabban alkalmazott módszer a legkisebb négyzetek elve, mely szerint a mért és számított adatok eltérései négyzetösszegének

$$E_2 = \sum_{k=1}^N e_k^2$$

minimumához tartozó paraméter értékek tekintendők optimálisnak. A geofizikai inverzióból ismert módon a megoldás levezethető, a normálegyenlet rendszer mátrix alakban (Menke 1984)

$$\underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{G}} \vec{m} = \underline{\underline{G}}^T \vec{d}. \quad (6.2.1.2.)$$

Ezen az úton tehát a nemlineáris inverz probléma megoldható. A független lineáris inverziós eljárás kizárólag terjedési sebesség, vagy jósági tényező adatok feldolgozásához alkalmazható, egyszerre történő feldolgozásukra együttes inverziós módszer szükséges.

### 6.2.2. Együttes inverziós eljárás bemutatása

Együttes inverzió során az összes adatot egyetlen inverziós eljárásban összesítjük. Tegyük fel, hogy  $P$  a különböző adatrendszerek száma. Ezek származhatnak különböző módszerekből, de egyazon módszeren belül különböző mérési elrendezésben mért adatrendszereket is vonhatunk együttes inverzióba. Két adatrendszert akkor tekintünk különbözőnek, ha számításukat a direkt feladatban eltérő módon, pl. külön formulák, vagy algoritmusok segítségével végezzük.

A mérési adatok és a paraméterek feltételezett kapcsolatát a 6.2.1. fejezetben leírtakhoz hasonlóan a

$$\vec{d}_e^{(i)} = \vec{g}^{(i)}(\vec{m}^{(i)})$$

funkcionál jelölje, ahol  $\vec{g}^{(i)}$  az  $i$ -edik direkt probléma egyenlete,  $\vec{m}^{(i)}$  pedig ennek a paramétereit foglalja magába (Dobróka 2001). Vezessük be az összes mért adatot tartalmazó adatvektort

$$\vec{d}_m = \{d_1^{(1)}, \dots, d_{N_1}^{(1)}, \dots, d_1^{(i)}, \dots, d_{N_i}^{(i)}, \dots, d_1^{(P)}, \dots, d_{N_P}^{(P)}\}^T \quad (i=1,2,\dots,P), \quad (6.2.2.1.)$$

ahol  $N_i$  az  $i$ -edik adatrendszer elemeinek száma. Hasonlóan a számított adatokra bevezetjük a

$$\vec{d}_e = \{g_1^{(1)}, \dots, g_{N_1}^{(1)}, \dots, g_1^{(i)}, \dots, g_{N_i}^{(i)}, \dots, g_1^{(P)}, \dots, g_{N_P}^{(P)}\}^T \quad (6.2.2.2.)$$

vektort, ahol az egyes  $g^{(i)}$  függvényekben az  $i$ -edik direkt probléma  $\vec{m}^{(i)}$  paramétervektora helyett az összes alkalmazott geofizikai módszer direkt feladatában előforduló ( $M$  számú paramétert)  $\vec{m}$  vektort szerepeltetjük, azaz

$$\vec{g}^{(i)} = g^{(i)}(\vec{m}).$$

Tehát az együttes inverziós feladat mért és számított adatok vektora összesen

$$N = \sum_{i=1}^P N_i$$

elemű. Az együttes inverziós feladathoz tartozó (egyesített) direkt probléma  $\vec{g}(\vec{m})$  függvénye továbbra is nemlineáris kapcsolatot jelent az  $\vec{m}$  paramétervektor elemei és a  $\vec{d}_e$  között, ezért a 6.1.1. fejezetben ismertetett eljáráshoz hasonlóan most is linearizálhatjuk a problémát (Dobróka 2001). Együttes inverzióval növelhető a megoldandó inverz feladat túlhatározottsága. Az inverz feladat megoldását itt is az  $\vec{e}$  eltérésvektor  $L_2$  normájának minimalizálásához köthetjük, azaz a legkisebb négyzetek elvét alkalmazhatjuk.

### 6.2.3. A paraméterbecslés jóságát jellemző mennyiségek

A mérési adatok általában zajosak, így a linearizált inverziós eljárásokkal becsült paraméterek hibával lesznek terhelve. Ennek oka egyrészt, hogy az adattérbeli hibák az inverzió során (mely lineáris egyenletrendszeren keresztül összekapcsolja a paraméterteret az adattérrel) átranzformálódnak a paraméterterbe. Másrészt a valódi közetszerkezet finom részleteinek hiánya az alkalmazott modellben további diszperziót okoz inverziós eredményeinkben.

Az inverz probléma megoldásának pontossági mérőszámaként tekintünk a relatív adattérbeli távolságot, amely megmutatja, hogy a becsült modell alapján számított adatok hogyan illeszkednek a mért adatokhoz. E dimenziótlan skalár a legkisebb négyzetek elve esetén Dobróka (2001) alapján

$$D_d = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left( \frac{d_k^{(m)} - d_k^{(sz)}}{d_k^{(m)}} \right)^2} \cdot 100\%, \quad (6.2.3.1.)$$

ahol  $N$  az adatok száma,  $d_k^{(m)}$  és  $d_k^{(sz)}$  a  $k$ -adik nyomásértéknél mért és számított adat.

A linearizált inverzió elméletében lehetőség van a becsült modellparaméterek hibájának és megbízhatóságának kvantitatív jellemzésére is. Tételezzük fel, hogy az inverz feladatban a paraméterter és az adattér lineáris kapcsolatát az

$$\underline{\underline{m}} = \underline{\underline{A}} \underline{\underline{d}}$$

egyenlet írja le, melyben  $\underline{\underline{A}}$  az aktuális inverziós módszer általánosított  $M \times N$  dimenziós inverz mátrixa. Mivel  $\underline{\underline{A}}$  független a mérési adatoktól, levezethető a

$$\underline{\underline{cov}}(\underline{\underline{m}}) = \underline{\underline{A}} \underline{\underline{cov}}(\underline{\underline{d}}) \underline{\underline{A}}^T \quad (6.2.3.2.)$$

egyenlet, mely bármilyen inverziós eljárás esetén összekapcsolja az adattérbeli és a paraméterterbeli kovariancia mátrixot (Menke 1984). Az adattérbeli kovariancia mátrix esetében általános feltételezés, hogy az adatok korrelálatlanok és minden adat varianciája megegyezik. Ekkor a legkisebb négyzetek módszerénél az adattérbeli kovariancia mátrix felírható a

$$\underline{\underline{cov}}(\underline{\underline{d}}) = \sigma_{(d)}^2 \underline{\underline{I}}$$

alakban, ahol  $\underline{\underline{I}}$  az egységmátrix, és  $\sigma_{(d)}^2$  az adatok varianciája. Ezzel az inverzióval becsült paraméterek kovariancia mátrixa

$$\underline{\underline{cov}}(\underline{\underline{m}}) = \sigma_d^2 (\underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{G}})^{-1}, \quad (6.2.3.3.)$$

ahol  $\underline{G}$  az adatok modellparaméterek szerinti parciális deriváltjait tartalmazó Jakobi-mátrix. Azonban, ha két különböző adatrendszerünk van (terjedési sebesség és jósági tényező) az adattérbeli és paramétertérbeli kovariancia mátrix szerkezete a következő alakot ölti

$$\underline{\underline{cov(\vec{d})}} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \sigma_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{cov(\vec{m})}} = \begin{bmatrix} \sigma_{m_1}^2 & cov_{1,2} & \dots & cov_{1,M} \\ cov_{2,1} & \sigma_{m_2}^2 & \dots & cov_{2,M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ cov_{M,1} & cov_{M,2} & \dots & \sigma_{m_M}^2 \end{bmatrix},$$

ahol  $\sigma_1^2$  a terjedési sebesség és  $\sigma_2^2$  a jósági tényező bizonytalanságát jelöli. Látható, hogy a paramétertérbeli kovariancia mátrix fődiagonálisának elemei a modellparaméterek varianciáit adják meg, melyből az  $i$ -edik becsült modellparaméter hibája

$$\sigma_{m_i} = \sqrt{cov(\vec{m})_{ii}}. \quad (i=1,2,\dots,M) \quad (6.2.3.4.)$$

A kovariancia mátrix elemeiből normálással származtatható a korrelációs mátrix, mely a modellparaméterek páronkénti (lineáris) függőségi viszonyairól szolgáltat információt. A korrelációs mátrix  $i$ -edik sorának és  $j$ -edik oszlopának eleme a

$$corr(\vec{m})_{ij} = \frac{cov(\vec{m})_{ij}}{\sqrt{cov(\vec{m})_{ii} cov(\vec{m})_{jj}}} = \frac{(cov\vec{m})_{ij}}{\sigma_{m_i} \sigma_{m_j}} \quad (6.2.3.5.)$$

korrelációs együttható, mely az  $i$ -edik és a  $j$ -edik modellparaméter korreláltságát jellemzi egy  $[-1,1]$  intervallumbeli számmal. Ha ez a szám abszolút értékben 1-hez közel áll, akkor ez a becsült paraméterek szoros kapcsolatára utal. Ebben az esetben az inverzióval becsült modell megbízhatatlan. Ennek oka az, hogy az egymással összefüggő paraméterek az inverziós eljárással önállóan nem határozhatók meg, csak a másikkal valamilyen kombinációban, mely maga után vonja a többértelmű megoldás lehetőségét. A geofizikai inverzió számára az számít megbízható eredménynek, ha a becsült közetfizikai jellemzők gyenge korrelációs kapcsolatban állnak egymással, azaz kicsi az abszolút értékű korrelációs együttható.

A korrelációs mátrixot egyetlen skalárral is jellemezhetjük, az átlagkorrelációval („mean spread”), mely

$$S = \sqrt{\frac{1}{M(M-1)} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M (\text{corr}(\vec{m})_{ij} - \delta_{ij})^2}, \quad (6.2.3.6.)$$

ahol  $\delta$  a Kronecker-delta szimbólum ( $i=j$  esetén 1, egyébként 0). A röviden bemutatott inverziós módszereket alkalmazva a továbbiakban, a laboratóriumi mérési adatok minősített inverziós feldolgozásának eredményeit ismertetem.

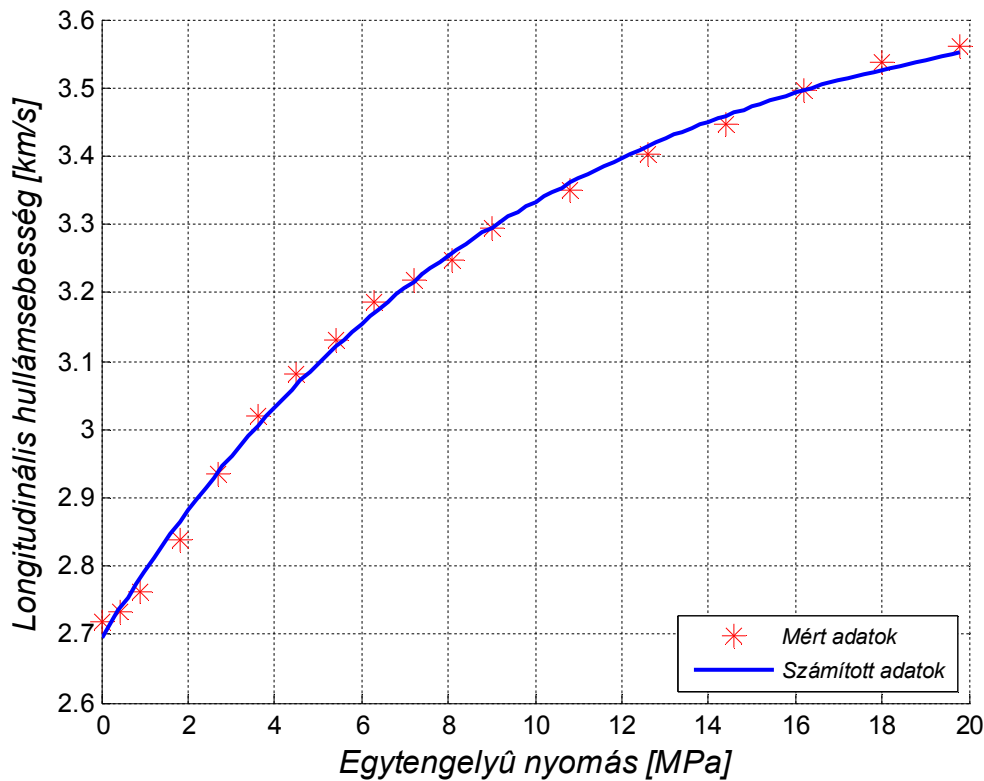
### 6.3. A terjedési sebesség modell paramétereinek inverziós meghatározása

A 3.1.3. fejezetben bevezetett kőzetfizikai modellben szereplő modellparamétereket ( $v_0$ ,  $\Delta v_0$ ,  $\lambda$ ) laboratóriumi mérési adatok alapján a 6.2.1. fejezetben ismertetett linearizált geofizikai inverziós eljárással határoztam meg MATLAB fejlesztői környezetben írt programmal. A bemutatott általános algoritmust úgy alkalmaztam, hogy elméleti összefüggésként (direkt feladat) a (3.1.3.3.) formulát, modellparaméter vektorként pedig az  $\vec{m} = (v_0, \Delta v_0, \lambda)$  vektort tekintettem. Mivel az inverz probléma jelentősen túlhatározott, azaz a mérési adatok száma sokkal nagyobb, mint a meghatározandó kőzetfizikai paraméterek száma, a programírás során a legkisebb négyzetek módszerét alkalmaztam. A bemutatott kőzetmintákon mért longitudinális hullámsebesség adatrendszerek inverziós feldolgozása során meghatározott paramétereket a 3. táblázat tartalmazza, ahol zárójelben az egyes modellparaméterekre vonatkozó, a (6.2.3.4.) egyenlettel számolt becslési hibák láthatók.

3. táblázat: Longitudinális hullámsebesség adatok inverziós feldolgozása során meghatározott modellparaméterek és becslési hibák

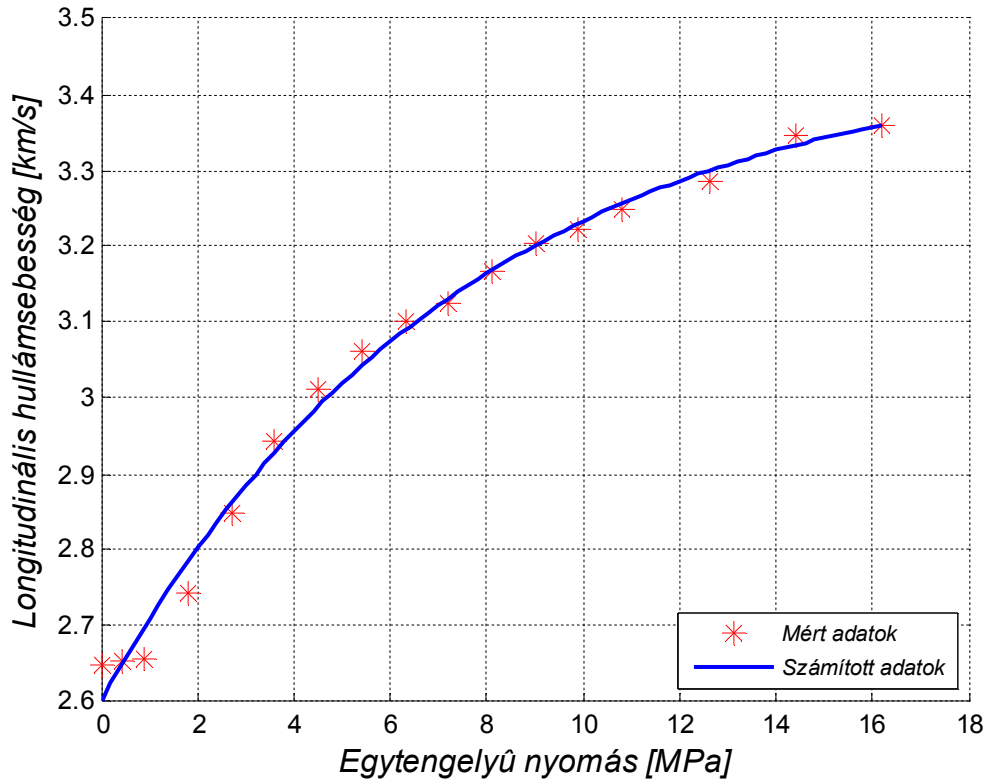
Minta	$v_0$	$\Delta v_0$	$\lambda$
	(km/s)	(km/s)	(1/MPa)
A	2,69 ( $\pm 0,0059$ )	0,88 ( $\pm 0,0064$ )	0,1062 ( $\pm 0,0026$ )
B	2,60 ( $\pm 0,0090$ )	0,76 ( $\pm 0,0095$ )	0,1337 ( $\pm 0,0054$ )
C	1,96 ( $\pm 0,0161$ )	1,43 ( $\pm 0,0145$ )	0,1386 ( $\pm 0,0052$ )
D	2,61 ( $\pm 0,0034$ )	0,93 ( $\pm 0,0034$ )	0,1133 ( $\pm 0,0014$ )

A modellparaméterek ismeretében a felterhelési szakaszra érvényes kőzetfizikai modell segítségével mindegyik kőzetminta esetében meghatározható a sebesség-nyomás függvény (7-10. ábrák), melyet az ábrákon folytonos vonallal szemléltetnek, míg a mérési adatokat (a 3. ábrához hasonlóan) piros színű szimbólumokkal jelölöm.

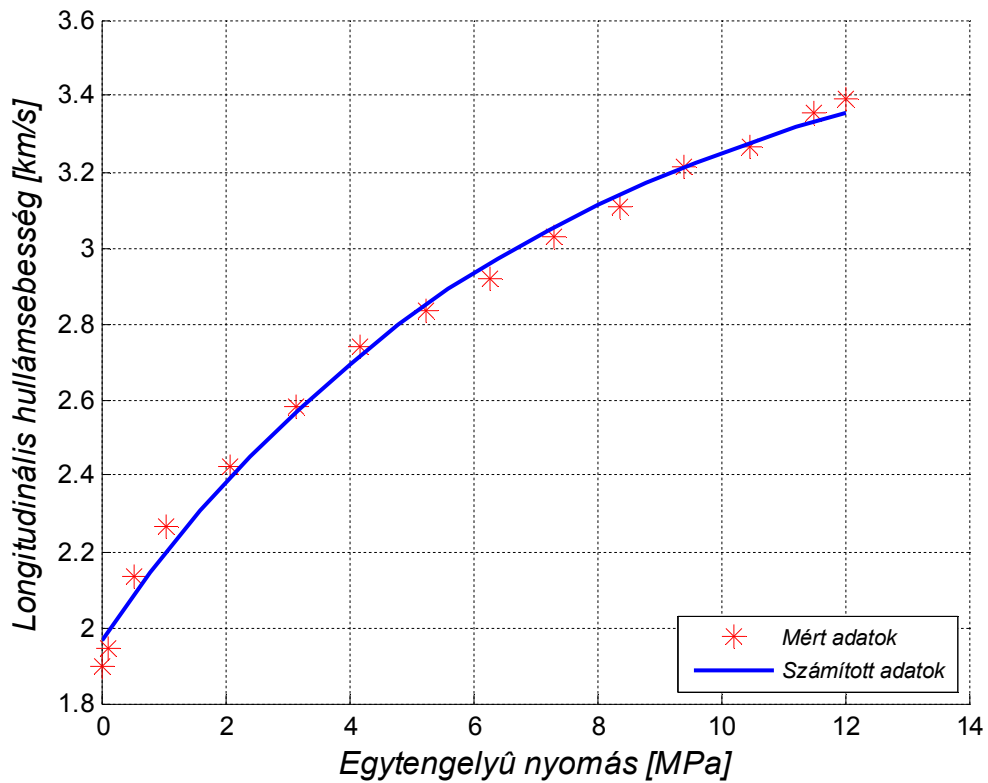


7. ábra: Az A jelű kőzetminta felterhelésénél mért és inverzióval számított sebesség-nyomás függvénye

A 7. ábra alapján megállapíthatjuk, hogy a számított adatok jól illeszkednek a mért adatokhoz, ami bizonyítja, hogy a felterhelési szakaszra felállított kőzetfizikai modell jól használható a gyakorlatban. Látható, hogy az inverziós feldolgozás eredménye összhangban van a 3. fejezetben a nyomás-sebesség kapcsolatára ismertetett folyamattal. Hasonlóan jó egyezést kaptam a további kiválasztott kőzetminta mérési adatainak feldolgozása során, amit a 8-10. ábrán mutatok be.

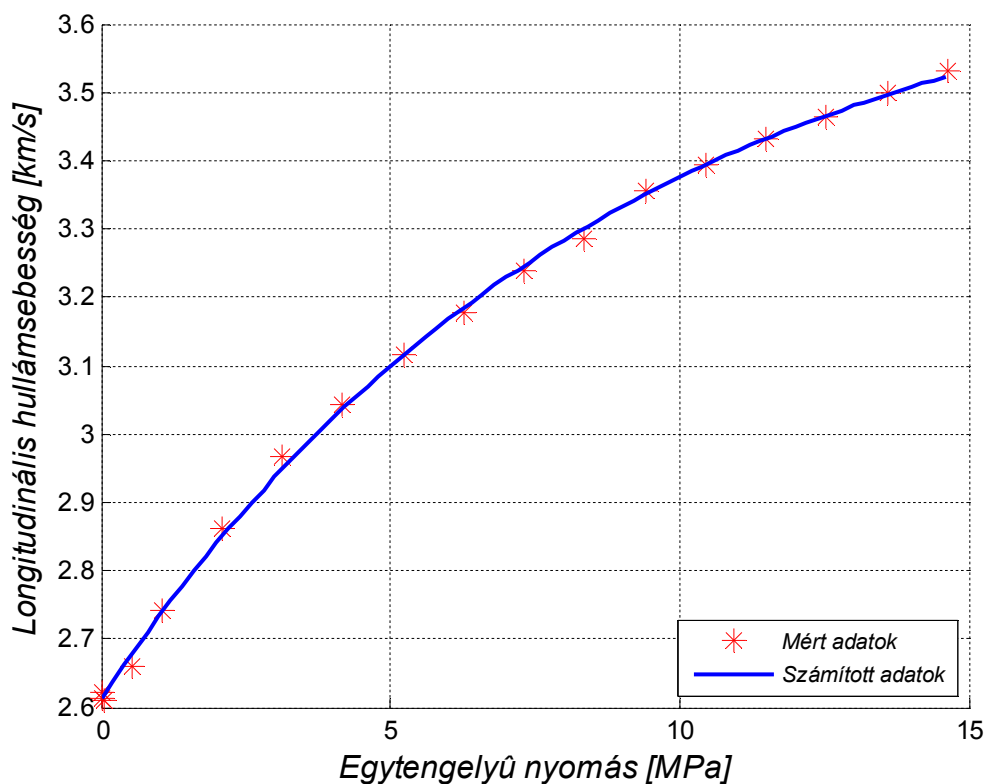


8. ábra: A B jelű kőzetminta felterhelésnél mért és inverzióval számított sebesség-nyomás függvénye



9. ábra: A C jelű kőzetminta felterhelésnél mért és inverzióval számított sebesség-nyomás függvénye

A C jelű minta felterhelési adatait bemutató 9. ábrán láthatjuk, hogy az alkalmazott mérési nyomástartományban a felterhelési szakasz nem közelíti meg a telítési tartományt (ahol a mikrorepedések jelentős része záródik, vagy a pórusok nagy része összenyomódik), a mérési adatok (a nagyobb nyomásokon) megközelítőleg egyenes szakaszon helyezkednek el. Ez a jelenség később a D jelű minta esetében is megfigyelhető. A sebesség mérési módszerének leírásakor említettem, hogy a kőzetmintákat megközelítőleg a törőszilárdság 1/3-áig terheltek, mely nyilvánvalóan túl kis nyomástartománynak bizonyult. A jövőben az ilyen mintákat célszerű szélesebb nyomástartományban vizsgálni.



10. ábra: A D jelű kőzetminta felterhelésénél mért és inverzióval számított sebesség-nyomás függvénye

Az inverziós eljárás megbízhatóságának jellemzése érdekében relatív adattérbeli távolságot számoltam a (6.2.3.1.) formula segítségével, amelyben  $d_k^{(m)}$  és  $d_k^{(sz)}$  a k-adik nyomásérték mellett mért, illetve számított sebesség. Az egyes mintákra vonatkozó illeszkedési hibákat a 4. táblázat tartalmazza.

4. táblázat: Az egyes mintákra vonatkozó relatív adattérbeli távolságok

Minta	D (%)
A	0,01
B	0,02
C	0,04
D	0,01

Látható, hogy a számított illeszkedési hibák 1% alattinak adódtak, mely az alkalmazott lineáris inverziós módszer megbízhatóságát támasztja alá. Az inverziós paraméterbecslés pontosságának jellemzése érdekében a (6.2.3.5.) egyenlettel az egyes mintákra vonatkozó korrelációs mátrixokat (a paraméterek sorrendje ezekben a modellparaméter vektor elemeinek sorrendjét követi, így pl. az 1,2 elem a  $v_0$  és  $\Delta v_0$  közötti korrelációt jelöli), míg a (6.2.3.6.) formulával az átlagkorrelációkat határoztam meg (5. táblázat).

5. táblázat: Az egyes mintákra vonatkozó korrelációs mátrixok és átlagkorrelációk

A jelű minta			B jelű minta		
$\text{corr}(m) = \begin{bmatrix} 1 & -0,4342 & -0,0562 \\ -0,4342 & 1 & -0,7438 \\ -0,0562 & -0,7438 & 1 \end{bmatrix}$			$\text{corr}(m) = \begin{bmatrix} 1 & -0,3880 & -0,1234 \\ -0,3880 & 1 & -0,7224 \\ -0,1234 & -0,7224 & 1 \end{bmatrix}$		
S=0,4983			S=0,4788		
C jelű minta			D jelű minta		
$\text{corr}(m) = \begin{bmatrix} 1 & -0,3530 & -0,0554 \\ -0,3530 & 1 & -0,7478 \\ -0,0554 & -0,7478 & 1 \end{bmatrix}$			$\text{corr}(m) = \begin{bmatrix} 1 & -0,3765 & -0,0565 \\ -0,3765 & 1 & -0,7288 \\ -0,0565 & -0,7288 & 1 \end{bmatrix}$		
S=0,4785			S=0,4747		

Az 5. táblázat alapján megállapítható, hogy a korrelációs együtthatók egyes modellparaméter párokra vonatkozó értékei nagyrészt 0,5 alattinak adódtak, kivéve egy paraméterpárt. Ezért is számoltam a minősített inverziós feldolgozás során átlagkorrelációt,

mely minden minta esetében 0,5 alatti értéket hozott. A leírtakat összegezve elmondható, hogy a modellparaméterek függnek egymástól, közepes korrelációs kapcsolatban állnak egymással, azonban a számolt átlagkorrelációk az inverzióval becsült modellparaméterek megbízhatóságát támasztják alá. Így az ismertetett eredmények igazolják és megerősítik a kifejlesztett kőzetfizikai modell alkalmazhatóságát.

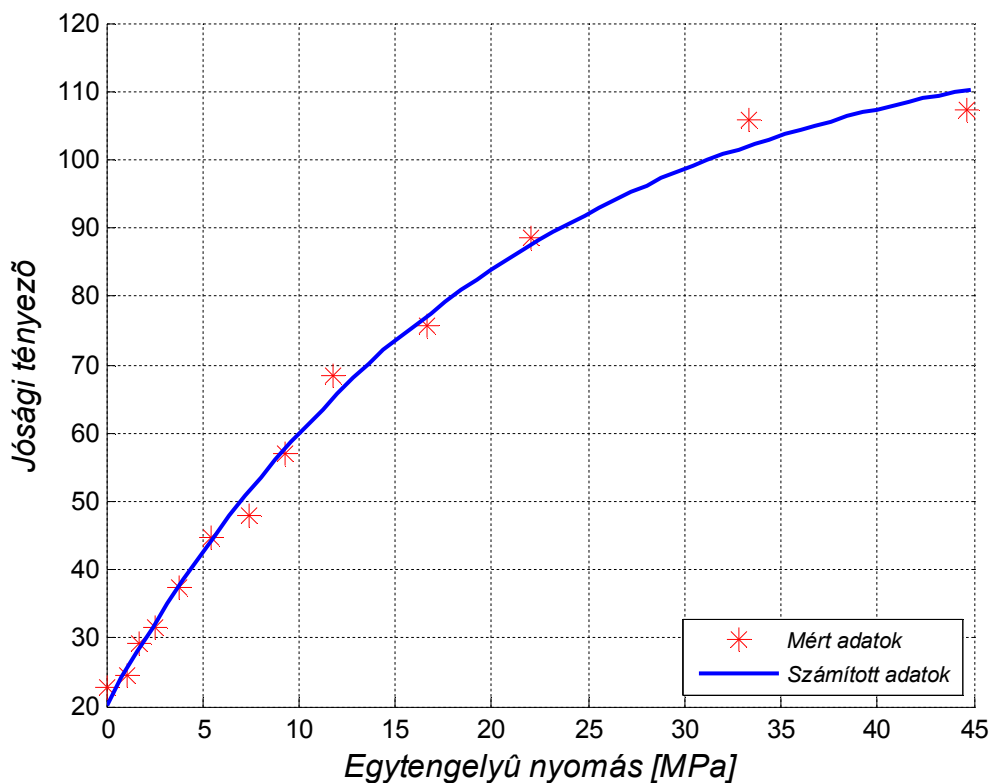
#### 6.4. A jósági tényező modell paramétereinek inverziós meghatározása

Hasonlóan a sebesség modell paramétereinek meghatározásához, a szakirodalomban közölt jósági tényező adatok inverziós feldolgozására írt MATLAB programban is a legkisebb négyzetek módszerét alkalmaztam, elméleti összefüggésként a (4.1.3.2.) formulát, modellparaméter vektorként pedig az  $\vec{m} = (Q_0, \Delta Q_0, \lambda)$  vektort tekintettem. A 6.1.2. fejezetben ismertetett mintákon mért jósági tényező adatrendszernek inverziós feldolgozása során meghatározott paramétereket a 6. táblázat tartalmazza. A táblázatban az előző fejezettel összhangban az egyes modellparaméterek után zárójelben a (6.2.3.4.) egyenlettel számolt becslési hibák találhatók.

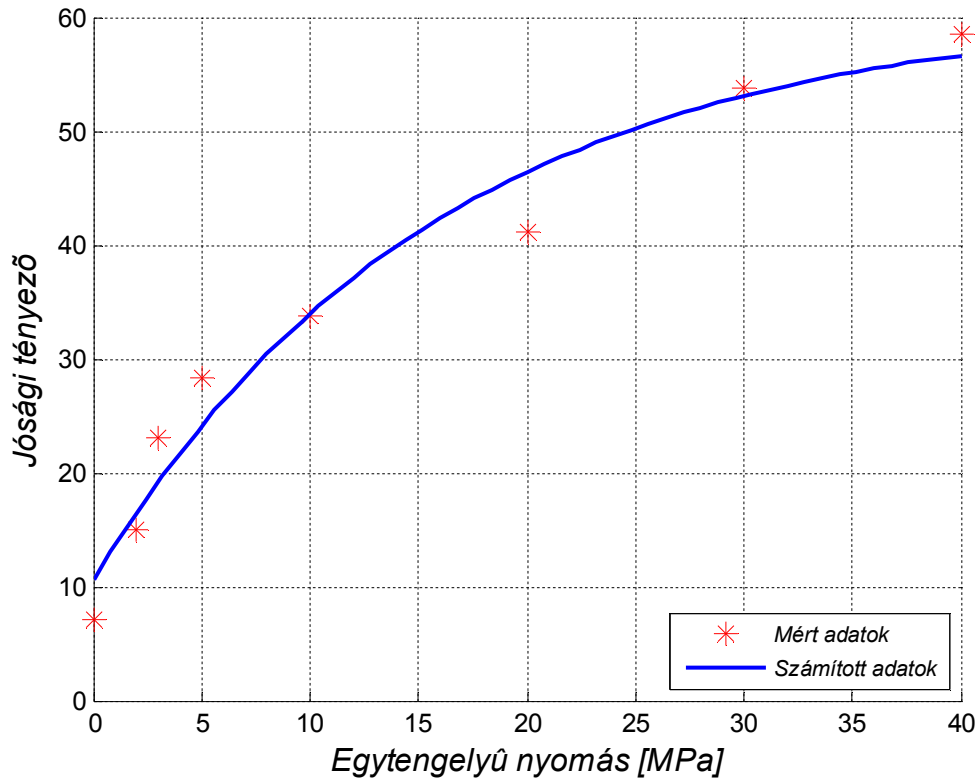
6. táblázat: Jósági tényező adatok inverziós feldolgozása során meghatározott modellparaméterek és becslési hibák

<b>Minta</b>	<b><math>Q_0</math></b>	<b><math>\Delta Q_0</math></b>	<b><math>\lambda</math></b>
	<b>(-)</b>	<b>(-)</b>	<b>(1/MPa)</b>
Berea homokkő (Toksöz et al. 1979)	20,23 (±0,9079)	91,69 (±0,9440)	0,0502 (±0,0022)
Rotbach homokkő (Lucet és Zinszner 1992)	10,66 (±1,4946)	47,13 (±1,4316)	0,0625 (±0,0097)
Feketekőszén (Yu et al. 1993)	24,84 (±0,3981)	34,92 (±0,4025)	0,1165 (±0,0055)
Hebron gneisz (Meglis et al. 1996)	7,01 (±0,5521)	28,88 (±0,5978)	0,0380 (±0,0030)

Látható, hogy a sebesség méréseknél a jósági tényező becslések hibája jóval nagyobb. Ez érthető, hiszen a jósági tényező rendszerint sokkal nagyobb mérési hibával határozható meg. A meghatározott modellparaméterek ismeretében a jósági tényező nyomásfüggésére kidolgozott kőzetfizikai modell segítségével tetszőleges nyomáson meg lehet határozni a jósági tényező értékeit. A számított jósági tényező-nyomás függvényt itt is folytonos vonal jelöli, míg a mérési adatokat piros színű szimbólumok szemléltetik. Az inverziós feldolgozás eredményét a 11-14. ábrákon láthatjuk.

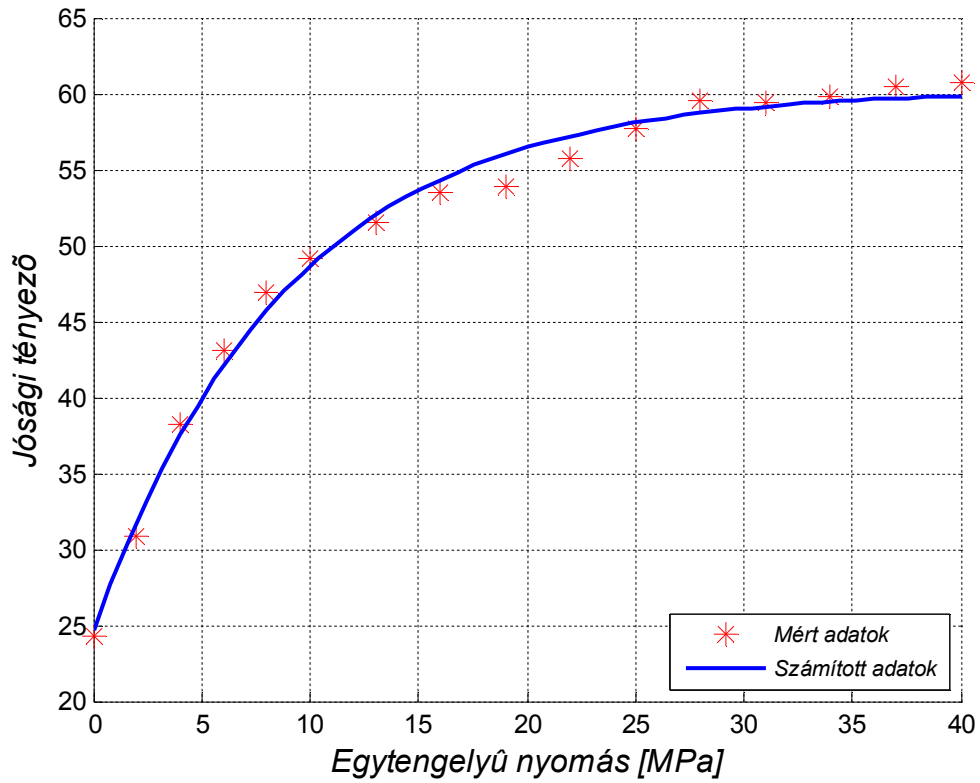


11. ábra: A Berea homokkő mintán mért és inverzióval számított jósági tényező-nyomás függvény

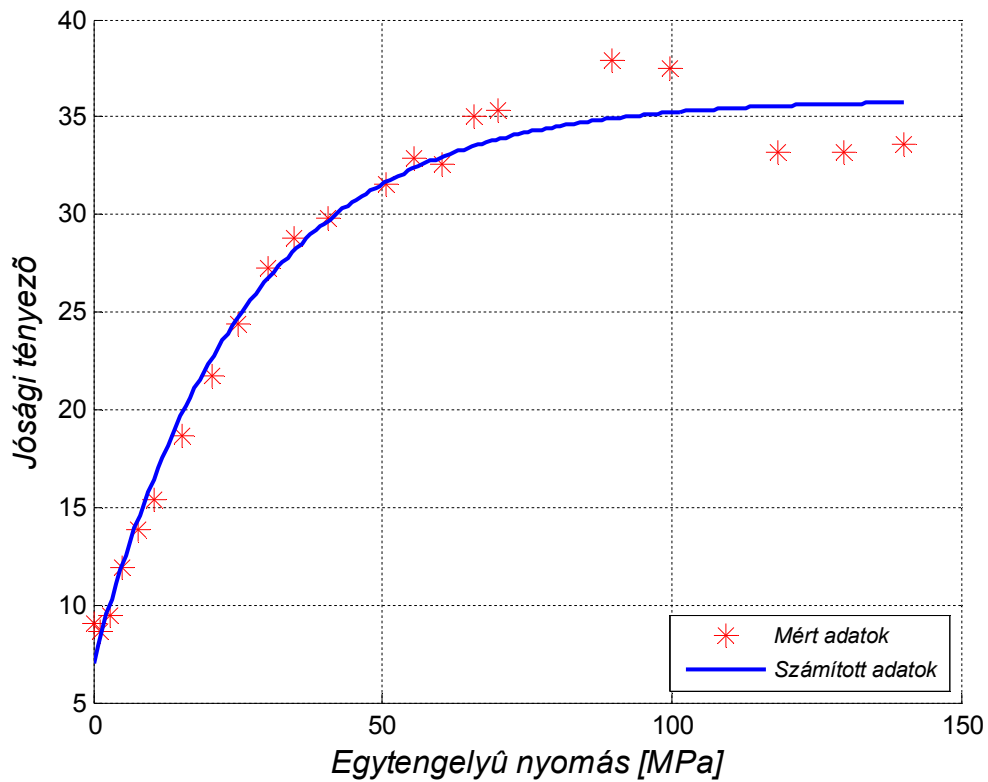


12. ábra: A Rotbach homokkő mintán mért és inverzióval számított jósági tényező-nyomás függvény

Habár a szerzők mérési hibát nem közöltek, a 12. és később a 14. ábra alapján megállapítható, hogy a Rotbach homokkő és Hebron gneisz minták mérési adatai jelentős mérési hibával terheltek. Ennek ellenére elmondható, hogy a kőzetfizikai modell alapján számolt jósági tényező görbe megfelelően illeszkedik a mérési adatokra.



13. ábra: A Feketekőszén mintán mért és inverzióval számított jósági tényező-nyomás függvény



14. ábra: A Hebron gneisz mintán mért és inverzióval számított jósági tényező-nyomás függvény

A minősített inverzió követelményrendszerének megfelelően itt is megadom a relatív adattávolságokat (melynek számítása megegyezik az előző fejezetben leírtakkal, azzal a különbséggel, hogy  $d_k^{(m)}$  és  $d_k^{(sz)}$  a k-adik nyomásérték mellett mért, illetve számított jósági tényező), korrelációs mátrixok elemeit és az átlagkorrelációt. Előbbieket a 7. táblázat, utóbbiakat a 8. táblázat foglalja magába.

7. táblázat: Az egyes mintákra vonatkozó relatív adattávolságok

Minta	D (%)
Berea homokkő (Toksöz et al. 1979)	2,11
Rotbach homokkő (Lucet és Zinszner 1992)	7,11
Feketekőszén (Yu et al. 1993)	0,95
Hebron gneisz (Meglis et al. 1996)	4,43

8. táblázat: Az egyes mintákra vonatkozó korrelációs mátrixok és átlagkorrelációk

Berea homokkő minta	Rotbach homokkő minta
$\text{corr}(m) = \begin{bmatrix} 1 & -0,3816 & 0,0038 \\ -0,3816 & 1 & -0,7464 \\ 0,0038 & -0,7464 & 1 \end{bmatrix}$ <p>S=0,4840</p>	$\text{corr}(m) = \begin{bmatrix} 1 & -0,3818 & 0,0003 \\ -0,3818 & 1 & -0,7094 \\ 0,0003 & -0,7094 & 1 \end{bmatrix}$ <p>S=0,4651</p>
Feketekőszén minta	Hebron gneisz minta
$\text{corr}(m) = \begin{bmatrix} 1 & -0,2679 & -0,3901 \\ -0,2679 & 1 & -0,6057 \\ -0,3901 & -0,6057 & 1 \end{bmatrix}$ <p>S=0,4438</p>	$\text{corr}(m) = \begin{bmatrix} 1 & -0,2324 & -0,4443 \\ -0,2324 & 1 & -0,6026 \\ -0,4443 & -0,6026 & 1 \end{bmatrix}$ <p>S=0,4526</p>

A 7. táblázat alapján látható, hogy a jelentős mérési hibával terhelt adatrendszerek esetén (Rotbach homokkő és Hebron gneisz) a számított illeszkedési hibák is nagyobbak, mint a

Berea homokkő és Feketekőszén mintáknál, melyeket pontosabb mérési adatok jellemeznek. A 8. táblázat alapján ugyanaz a konklúzió vonható le, mint a sebesség adatok inverziós feldolgozását tárgyaló 6.3. fejezetben. Így az inverziós eredmények a felállított kőzetfizikai modell helyességét támasztják alá. Az utóbbi két fejezetben a sebesség és jósági tényező modell paramétereit független inverziós eljárással határoztam meg, azonban a szakirodalomban közöltek ugyanazon a kőzetmintán mért sebesség és jósági tényező adatokat is, így a továbbiakban a két adatrendszer együttes inverziós feldolgozásával foglalkozom.

### 6.5. A sebesség és jósági tényező modell paramétereinek előállítás együttes inverzióval

A terjedési sebesség és jósági tényező modell egyszerre történő kiértékelése (Somogyiné Molnár és Dobróka 2011) a 6.2.2. fejezetben bemutatott együttes inverziós eljárással vált lehetővé. A két adatrendszert inverziós szempontból összekapcsoló modellparaméter a  $\lambda$  kőzetfizikai paraméter, mely segítségével a nyomásfüggő sebesség és jósági tényező adatokat egyetlen inverziós eljárásba integráltam. Az ismertetett általános algoritmus alkalmazásához bevezettem a mért adatok egyesített adatvektorát

$$\vec{d}_m = \{v_1^{(m)}, \dots, v_{N_V}^{(m)}, Q_1^{(m)}, \dots, Q_{N_Q}^{(m)}\}^T,$$

(ahol  $N_V$  a mért sebességadatok száma,  $N_Q$  a mért jósági tényező adatok száma) és a modellparaméterek egyesített vektorát

$$m = (v_0, \Delta v_0, Q_0, \Delta Q, \lambda).$$

A MATLAB fejlesztői környezetben történő programírás során a direkt feladat elméleti összefüggéseiként a (3.1.3.3.) és (4.1.3.2.) formulákat tekintettem. Várhatóan az együttes inverziós feldolgozás során pontosabb eredmény adódik, mint a független lineáris inverziós eljárás esetén, mivel kétszer annyi mérési adat áll rendelkezésre, azonban a meghatározandó kőzetfizikai paraméterek száma csupán kettővel több. (Ezt a várakozást azonban az egyes adatrendszerek jelentős mérési hibája felülírhatja.)

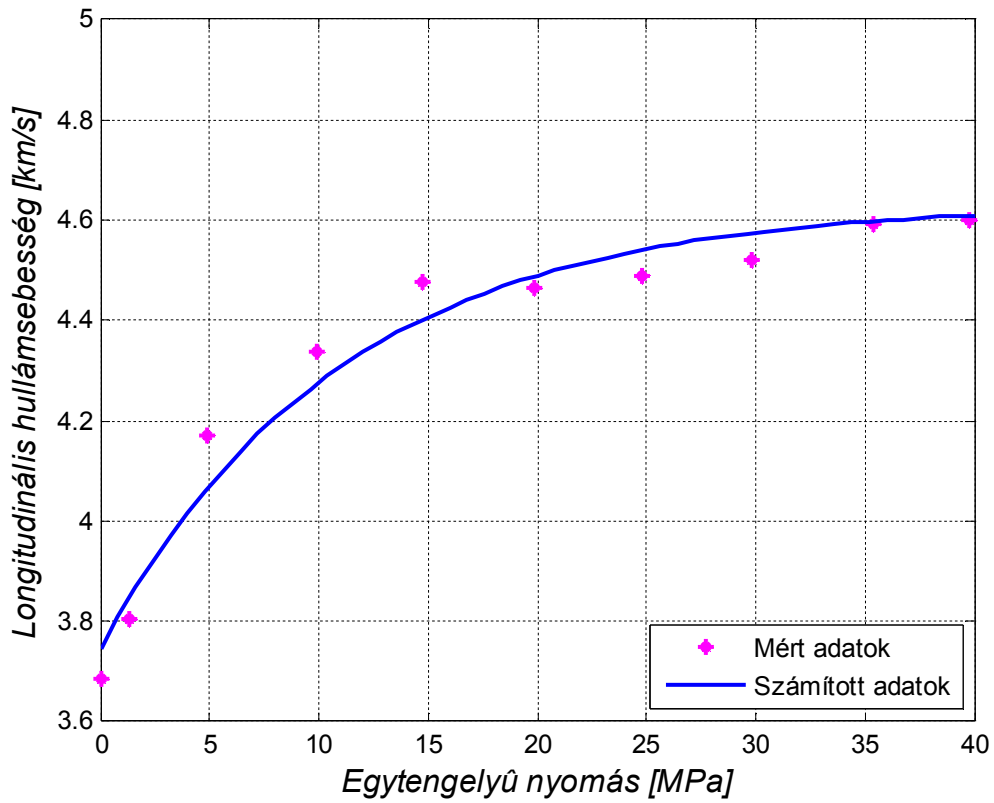
A 6.1.2. fejezetben bemutatott, Prasad és Manghnani (1997), illetve Yu et al. (1993) által mért adatrendszerek együttes inverziós kiértékelése során meghatározott paramétereket a 9. táblázat tartalmazza (az előzőekhez hasonlóan zárójelben a modellparaméterek becslési hibái találhatóak).

9. táblázat: Terjedési sebesség és jósági tényező adatok együttes inverziós feldolgozása során meghatározott modellparaméterek és becslési hibák

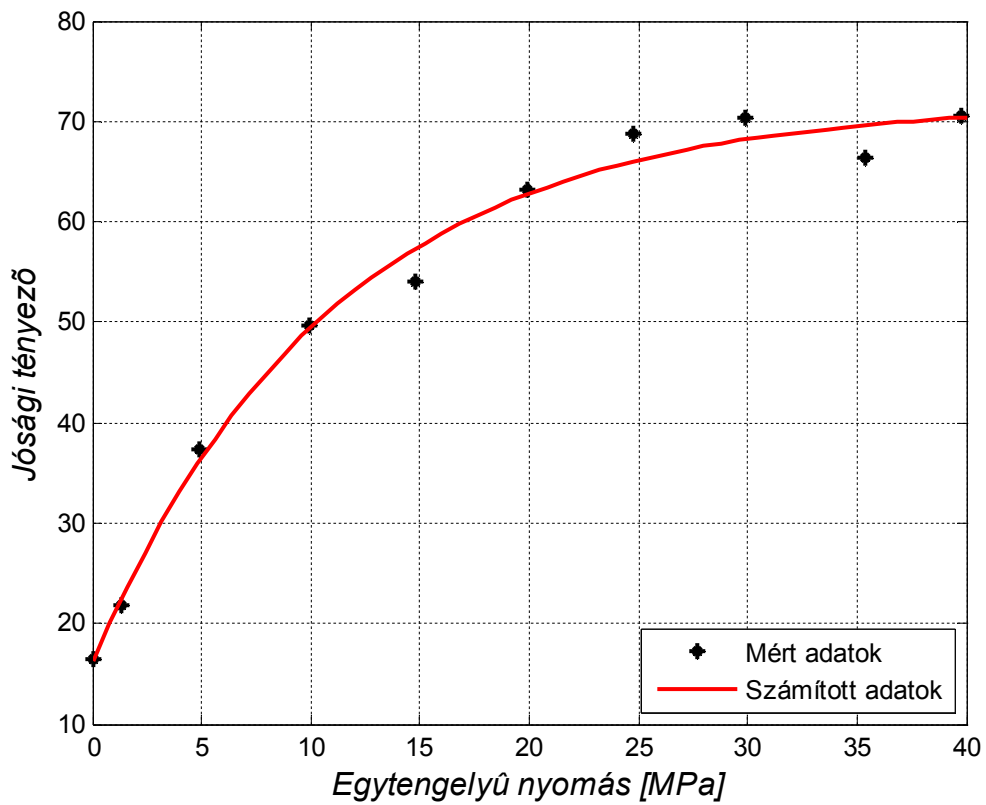
<b>Minta</b>	<b><math>Q_0</math></b>	<b><math>\Delta Q_0</math></b>	<b><math>\lambda</math></b>	<b><math>v_0</math></b>	<b><math>\Delta v_0</math></b>
	(-)	(-)	(1/MPa)	(km/s)	(km/s)
Berea homokkő (Prasad és Manghnani 1997)	16,17 ( $\pm 1,4823$ )	55,66 ( $\pm 1,8430$ )	0,0911 ( $\pm 0,0091$ )	3,75 ( $\pm 0,0403$ )	0,89 ( $\pm 0,0536$ )
Feketekőszén (Yu et al. 1993)	24,65 ( $\pm 0,7724$ )	35,59 ( $\pm 0,7899$ )	0,1122 ( $\pm 0,0064$ )	2,37 ( $\pm 0,0172$ )	0,21 ( $\pm 0,0217$ )

A független inverziós feldolgozás eredményét az együttes inverziós kiértékeléssel a Feketekőszén minta esetén össze lehet hasonlítani. Így a 6. és 9. táblázat alapján megállapítható, hogy a  $Q_0, \Delta Q_0, \lambda$  paraméterekre közel azonos értékeket adott mindkét módszer, azonban a modellparaméterek becsült hibái az együttes feldolgozás esetén nagyobbak. Ennek az az oka, hogy a terjedési sebesség adatok jelentős mérési hibával terheltek, amely a későbbiekben a 16a. ábrán egyértelműen látható.

A meghatározott modellparaméterek ismeretében a kidolgozott kőzetfizikai modellek segítségével előállíthatóak a terjedési jellemzők-nyomás függvényei, melyeket a 15-16. ábrákon láthatunk. Az eddigiekkel megegyezően a számított sebesség-nyomás, illetve jósági tényező-nyomás függvényeket most is folytonos vonalakkal, míg a mérési adatokat szimbólumokkal ábrázolom.

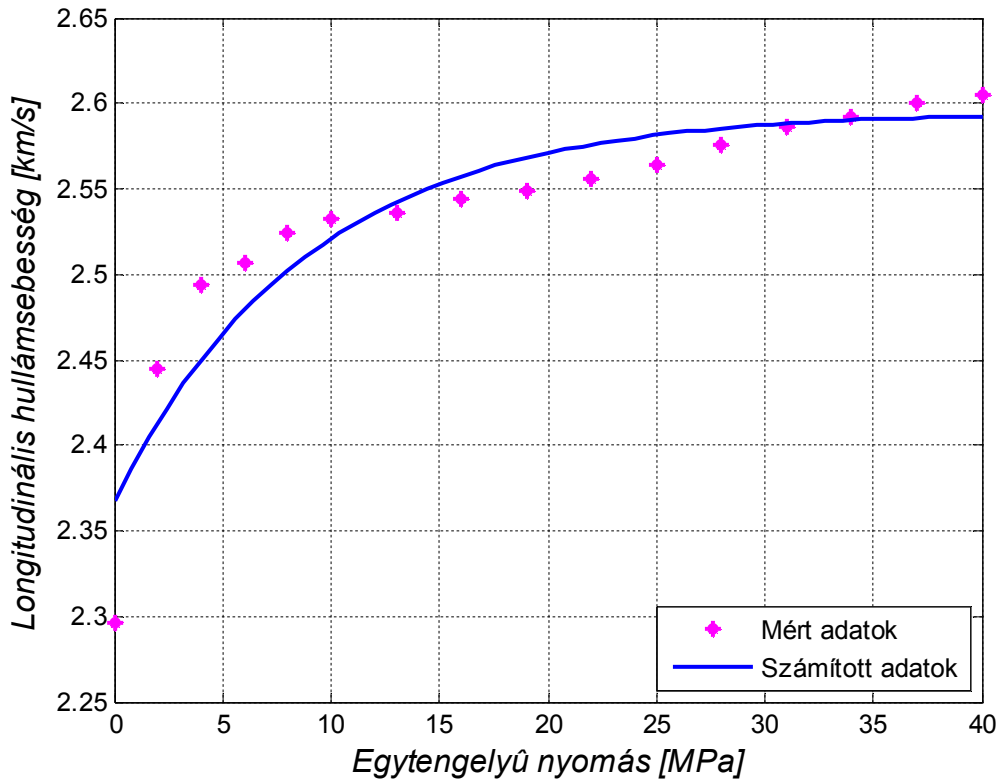


a.)

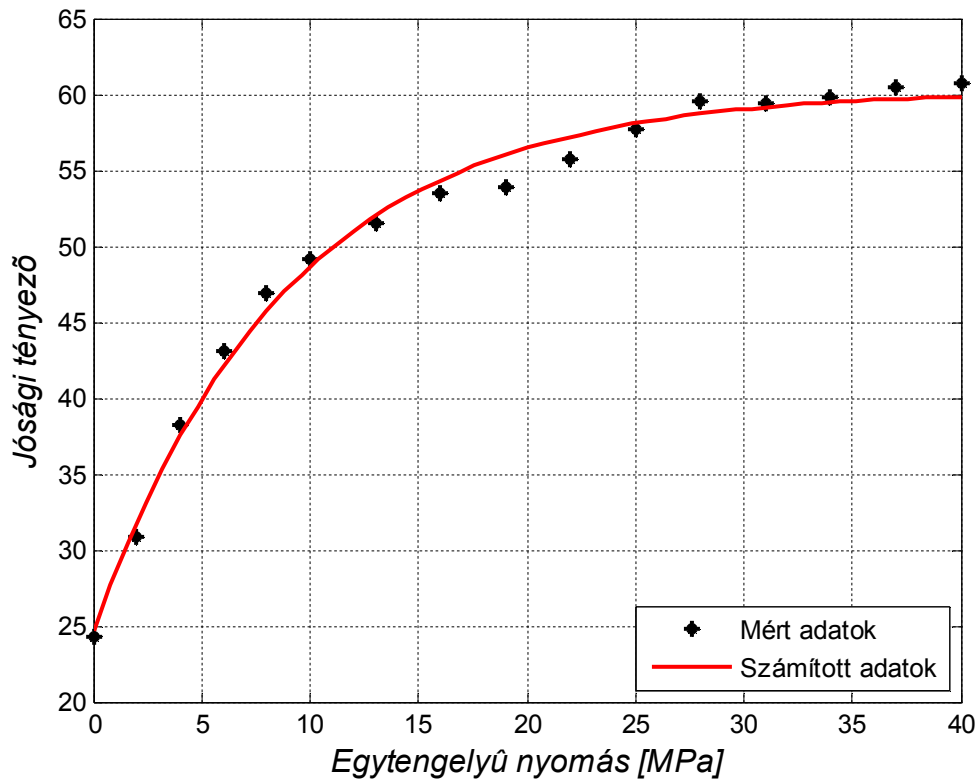


b.)

15. ábra: A Berea homokkő mintán mért és együttes inverzióval számított terjedési sebesség-nyomás (a.), illetve jósági tényező-nyomás függvény (b.)



a.)



b.)

16. ábra: A Feketekőszén mintán mérte és együttes inverzióval számított terjedési sebesség-nyomás (a.), illetve jóság tényező-nyomás függvény (b.)

Az ábrák alapján megállapíthatjuk, hogy a Berea minta esetében a számított adatok jól illeszkednek a mért adatokhoz. Azonban a Feketekőszén mintán mért sebesség adatok az elméleti görbéhez csupán elfogadhatóan illeszkednek, amely jelentős mérési, vagy modell hibával magyarázható. Az eddigiekhez hasonlóan relatív adattávolságot számoltam a (7.4.1.) egyenlet alapján, melyben  $d_k^{(m)}$ ,  $d_k^{(sz)}$  a k-adik nyomásérték mellett mért, illetve számított sebesség és jósági tényező. A Berea mintára vonatkozó illeszkedési hibára 1,58%, míg a Feketekőszén mintára 2,59% adódott. A 10. táblázat a mintákra vonatkozó korrelációs mátrixokat és átlagkorrelációkat tartalmazza.

10. táblázat: Az egyes mintákra vonatkozó korrelációs mátrixok és átlagkorrelációk

<b>Berea homokkő minta</b>	
$\text{corr}(m) =$	$\begin{bmatrix} 1 & -0,1720 & 0,0540 & -0,7753 & 0,0880 \\ -0,1720 & 1 & -0,3138 & -0,3002 & -0,5120 \\ 0,0540 & -0,3138 & 1 & 0,0942 & -0,5571 \\ -0,7753 & -0,3002 & 0,0942 & 1 & 0,1537 \\ 0,0880 & -0,5120 & -0,5571 & 0,1537 & 1 \end{bmatrix}$
	$S=0,3788$
<b>Feketekőszén minta</b>	
$\text{corr}(m) =$	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0247 & 0,0026 & -0,9121 & -0,0150 \\ 0,0247 & 1 & 0,1037 & -0,1751 & -0,6073 \\ 0,0026 & 0,1037 & 1 & -0,0181 & -0,7917 \\ -0,9121 & -0,1751 & -0,0181 & 1 & 0,1063 \\ -0,0150 & -0,6073 & -0,7917 & 0,1063 & 1 \end{bmatrix}$
	$S=0,4338$

A táblázat alapján megállapítható, hogy a korrelációs együtthatók egyes modellparaméter párokra vonatkozó értékei széles tartományban változnak. A modellparaméterek egy része függ egymástól, erős korrelációs kapcsolatban állnak egymással, viszont döntő többségük gyengén korrelál egymással (kicsi a korrelációs együttható értéke). Ezért határoztam meg az átlagkorrelációt is, mely mindkét minta esetében 0,44 alatti (a független inverziós eljárás esetében ettől nagyobb érték adódott), ami az együttes inverzió alkalmazását

indokolja. Mindent összevetve az ismerttetett eredmények a terjedési sebesség és a jósági tényező modellek kidolgozásánál felállított modelltörvények helyességét erősítik meg.

## 6.6. Az eredmények értékelése

A 6.3-6.5. fejezetekben bemutatott független és együttes inverziós feldolgozás eredményéből az 5. tézisem két altézisét fogalmaztam meg, az alábbiak szerint.

### 5. tézis

„Az 1-3. tézisekben szereplő kőzetfizikai modellekben bevezetett modellparamétereket laboratóriumi mérési adatokat felhasználva a lineáris geofizikai inverzió módszereivel meghatároztam.

- a) Az 1., ill. 2. tézisben bevezetett fázissebesség-nyomás függvény, mint modelltörvény (a direkt probléma megoldása) alkalmazásával a legkisebb négyzetek módszerét követve laboratóriumi kőzetminta mérések adatainak felhasználásával meghatároztam a modelltörvényben szereplő kőzetfizikai anyagjellemzőket ( $v_0$ ,  $\Delta v_0$ ,  $\lambda$ ). A minősített inverzió követelmény rendszerének megfelelően megadtam a paraméterbecslés hibáját és a korrelációs mátrix elemeit.
- b) Az 1., ill. 2. tézisben bevezetett fázissebesség-nyomás függvény, valamint a 3. tézisben bevezetett jósági tényező-nyomás függvény, mint modelltörvény alapján a szakirodalomban közölt kőzetminta mérések (fázissebesség és jósági tényező) adatainak felhasználásával együttes inverziót végeztem a modellegyenletekben szereplő ( $v_0$ ,  $\Delta v_0$ ,  $Q_0$ ,  $\Delta Q_0$ ,  $\lambda$ ) paraméterek meghatározására. A minősített inverzió követelmény rendszerének megfelelően megadtam a paraméterbecslés hibáját és a korrelációs mátrix elemeit.

A független, illetve együttes inverziós vizsgálataim eredményeként kapott kőzetfizikai modellparaméterekkel számított adatok a laboratóriumi mérési adatokkal - műszaki szempontból minden tekintetben - megfelelő egyezést mutatnak.”

## **7. A kőzetfizikai hiszterézis modell paramétereinek laboratóriumi mérések alapján történő meghatározása**

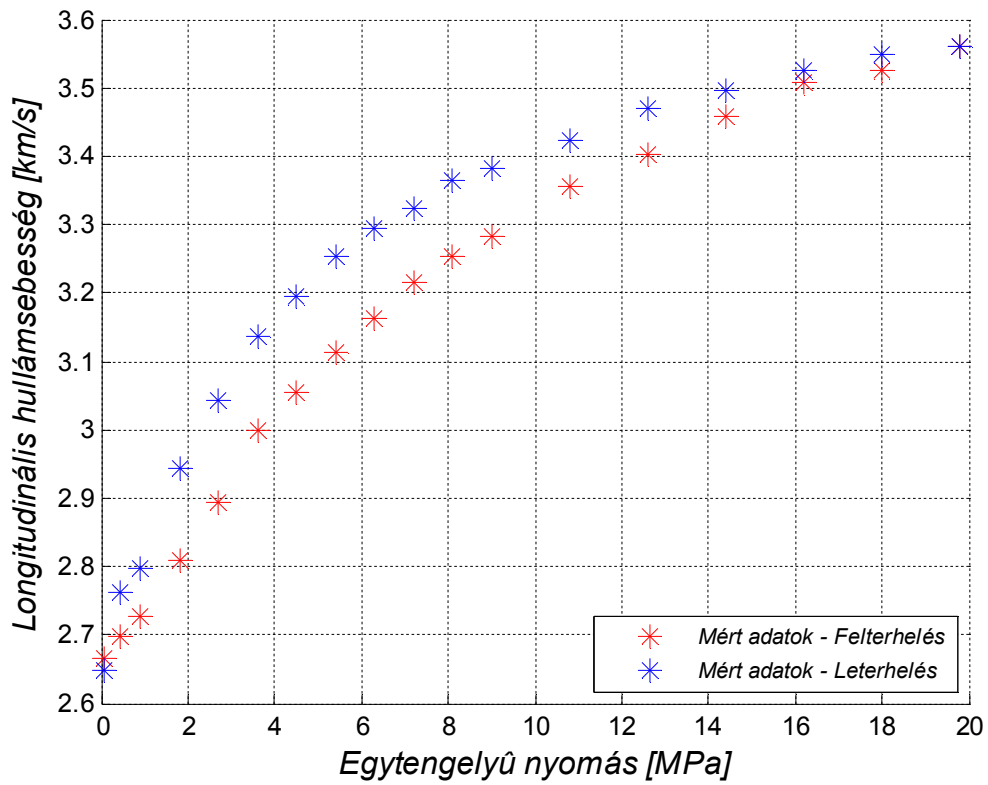
Az akusztikus hiszterézist leíró kőzetfizikai modell gyakorlatban való alkalmazhatóságának igazolására, a modellt laboratóriumban fel- és leterhelés során mért akusztikus sebesség adatokon teszteltem.

### **7.1. A mérési adatok gyűjtése**

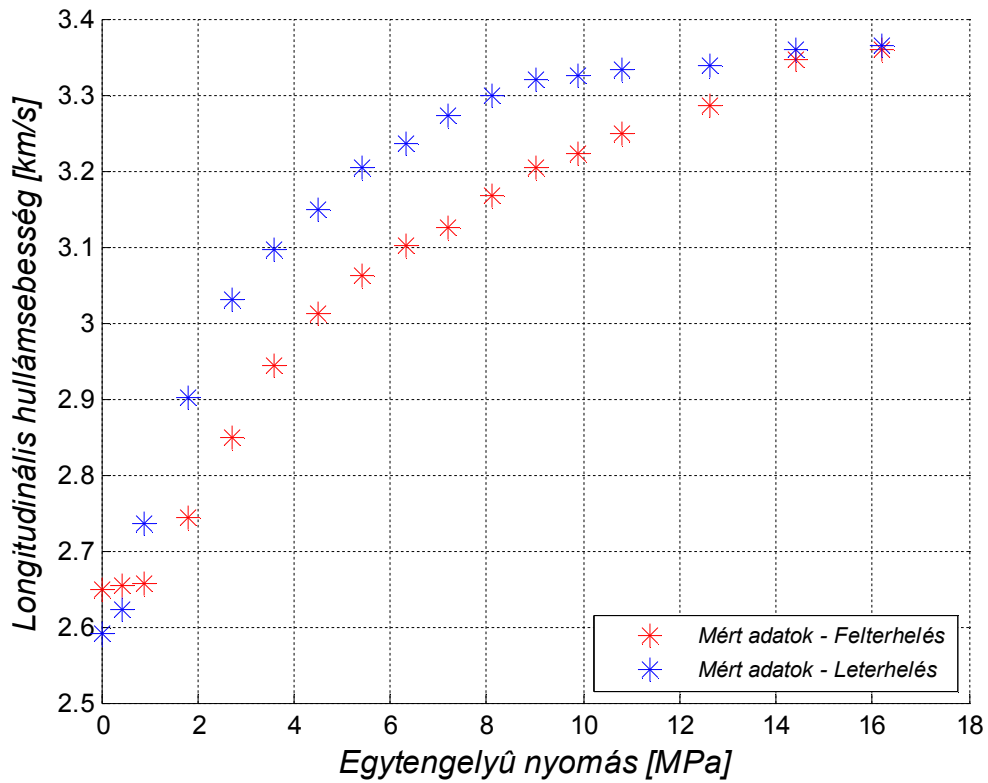
Az akusztikus hullám terjedési sebességének mérése megegyezik a 6.1.1.1. fejezetben bemutatottakkal, azzal a különbséggel, hogy a felterhelési szakaszt követően, az alkalmazott  $\sigma_m$  maximális nyomásérték elérése után a nyomást csökkentve (azaz a leterhelési szakaszban) is mértük a terjedési időt. A kőzetminták mérési adatait a továbbiakban láthatjuk.

#### **7.1.1. A sebesség - hiszterézis adatok bemutatása különböző kőzetmintákon**

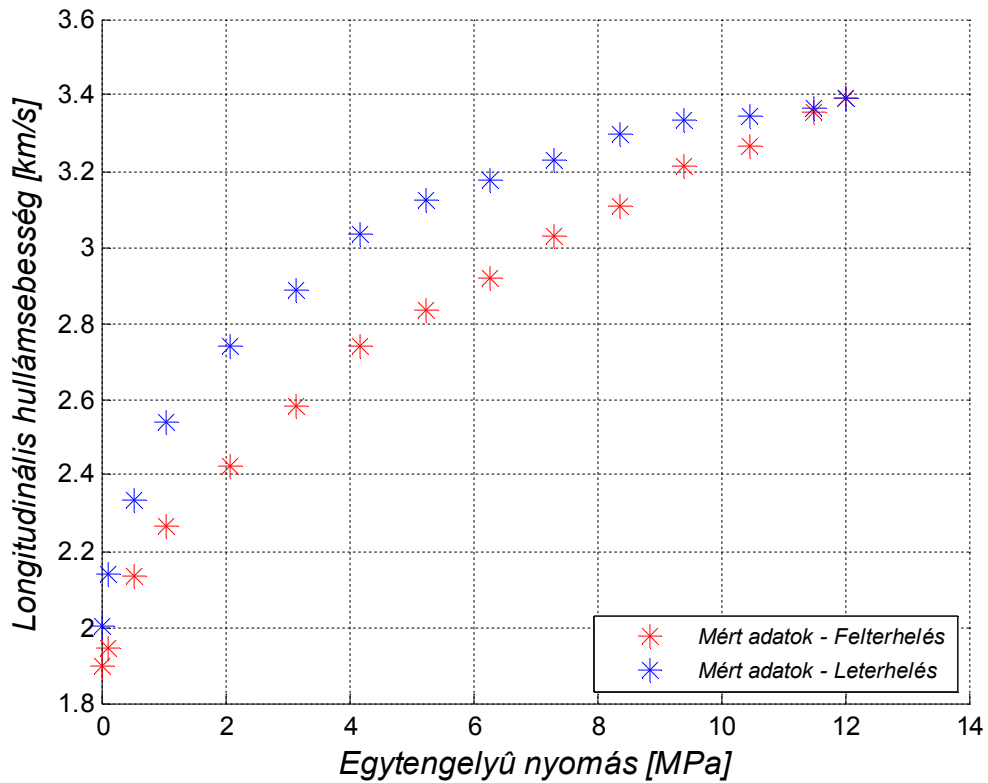
Jelen fejezetben a 6.1.1.2. pontban ismertetett négy kőzetminta felterhelési adatai mellett a leterhelési szakaszban egytengelyű nyomás alatt mért terjedési sebesség adatait is feldolgoztam. A mérési adatokat MATLAB fejlesztői környezet grafikus felületének segítségével ábrázoltam (17-20. ábrák).



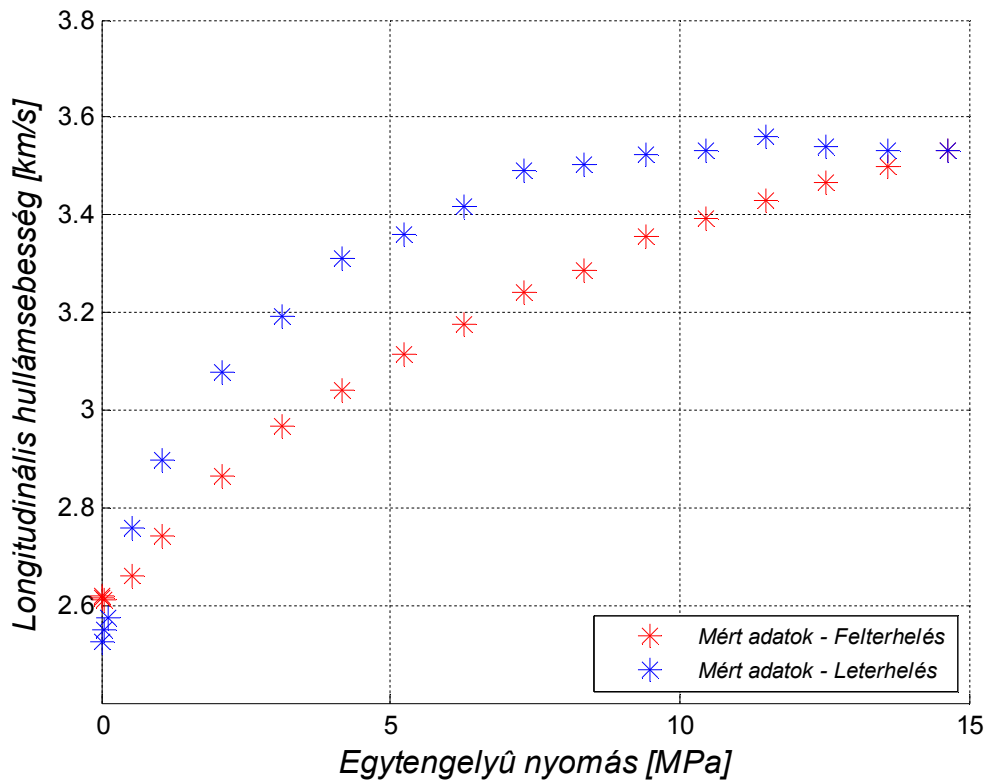
17. ábra: Az A jelű kőzetminta fel-, és leterhelés során mért sebesség-nyomás függvénye



18. ábra: A B jelű kőzetminta fel-, és leterhelés során mért sebesség-nyomás függvénye



19. ábra: A C jelű kőzetminta fel-, és leterhelés során mért sebesség-nyomás függvénye



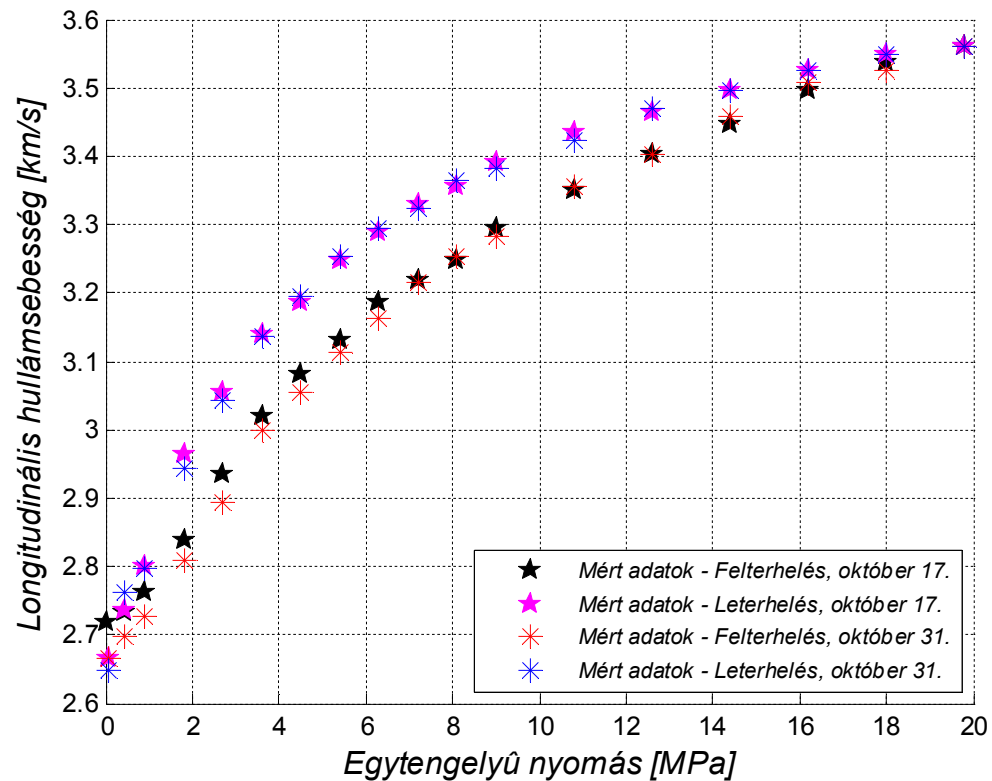
20. ábra: A D jelű kőzetminta fel-, és leterhelés során mért sebesség nyomás-függvénye

Az ábrák alapján megállapíthatjuk, hogy a fel- és leterhelési adatok között szignifikáns eltérés mutatkozik, mely jelenség az akusztikus hiszterézis. Ennek magyarázataként Birch (1960) nyomán azt az egyszerű képet fogadom el, hogy a felterhelési szakaszban bezárult mikrorepedések a terhelés csökkentésével (a leterhelési szakaszban) nem nyílnak meg maradéktalanul, egy bizonyos irreverzibilitás mindig jelen van. Ennek következtében a leterhelési szakasz végén  $\sigma=0$  nyomásnál kevesebb a nyitott mikrorepedés mint azonos nyomásnál a felterhelési szakaszban, azaz a terjedési sebesség nagyobb. A kőzetfizikai modellekben ezt az irreverzibilitást a két különböző  $\lambda$  és  $\lambda'$  paraméter fejezi ki.

A hiszterézisről az előzőekben mondottak alapján azt várnánk, hogy a leterhelési szakasz végén (zérus nyomásnál) is vannak zárva maradt mikrorepedések, azaz a sebesség nagyobb, mint a felterhelési szakasz kezdetén. Ezzel szemben a 17. ábrán (és a 18. és 20. ábrákon is) azt láthatjuk, hogy a leterhelési adatok a kis feszültségek tartományában a felterhelési adatok alá esik (az egyes mintáknál eltérő mértékben). Annak ellenére, hogy a mérés kezdetén már közelítőleg ismert volt a minta törőszilárdsága (melynek megközelítőleg 1/3-áig terheltük a próbatesteket, hogy a rugalmas tartományban maradjunk) a mérések tanúsága szerint kis mértékben ugyan, de túlléptünk a linearitás tartományán és ezzel új mikrorepedéseket hoztunk létre a kőzetmintában. A mérési nyomástartomány csökkentésével elkerülhető lett volna a hiszterézis jelenség tanulmányozását „zavaró” új mikrorepedések létrehozása, de ekkor a sebesség-nyomás kapcsolatának vizsgálata is csupán egy szűkebb terhelési tartományban történhetett volna, amely csökkentette volna a gyakorlat számára releváns következtetések levonásának esélyét. A fentiek tekintetében elengedhetetlen a mérések reprodukálhatóságának vizsgálata.

### **7.1.2. A mérések reprodukálhatósága**

A mérési berendezés és a vizsgálatok megbízhatóságát jellemző fontos kérdés a mérések reprodukálhatósága. Ezért az A jelű minta esetében (két hét elteltével) megismételtük a mérést. Az eredményt a 21. ábra mutatja, melyen látható, hogy a második mérés igen jó közelítéssel egyező eredményt adott, tehát a jelenség jól reprodukálható. A továbbiakban, a laboratóriumi mérési adatok inverziós feldolgozásának eredményeit ismertetem.



21. ábra: Ismételt mérések eredménye az A jelű kőzetminta esetében, a hiszterézis reprodukálhatóságának tanulmányozása céljából

## 7.2. A sebesség hiszterézis modell paramétereinek együttes inverziós meghatározása

A fel- és leterhelési szakaszra - a 3.1.3. és 5.2.1. fejezetekben - bevezetett kőzetfizikai modellek egyszerre történő alkalmazásához és a mérési adatok egyidejű feldolgozásához együttes inverziós MATLAB programot írtam. Annak ellenére, hogy az együttes inverzió során nem különböző módszerekből származó mért adatrendszereket vonunk együttes inverzióba, a két adatrendszer mégis különbözőnek tekinthető, mert számításuk a direkt feladatban eltérő formulák ((3.1.3.3.) és (5.2.2.5.) egyenletek) segítségével történik. A fel- és leterhelési adatrendszerek egyetlen inverziós eljárásba integrálása során feltételeztem, hogy az alkalmazott  $\sigma_m$  maximális nyomásérték mindkét adatrendszerénél azonos. A 6.5. fejezetben leírtakhoz hasonlóan legyen az egyes mért adatokat tartalmazó adatvektor

$$\vec{d}_m = \{v_1^{(m)}, \dots, v_{N_1}^{(m)}, v_1^{(m)}, \dots, v_{N_2}^{(m)}\}^T,$$

ahol  $N_1$  a mért felterhelési sebességadatok száma, míg  $N_2$  a mért leterhelési adatok száma és a modellparaméterek vektora

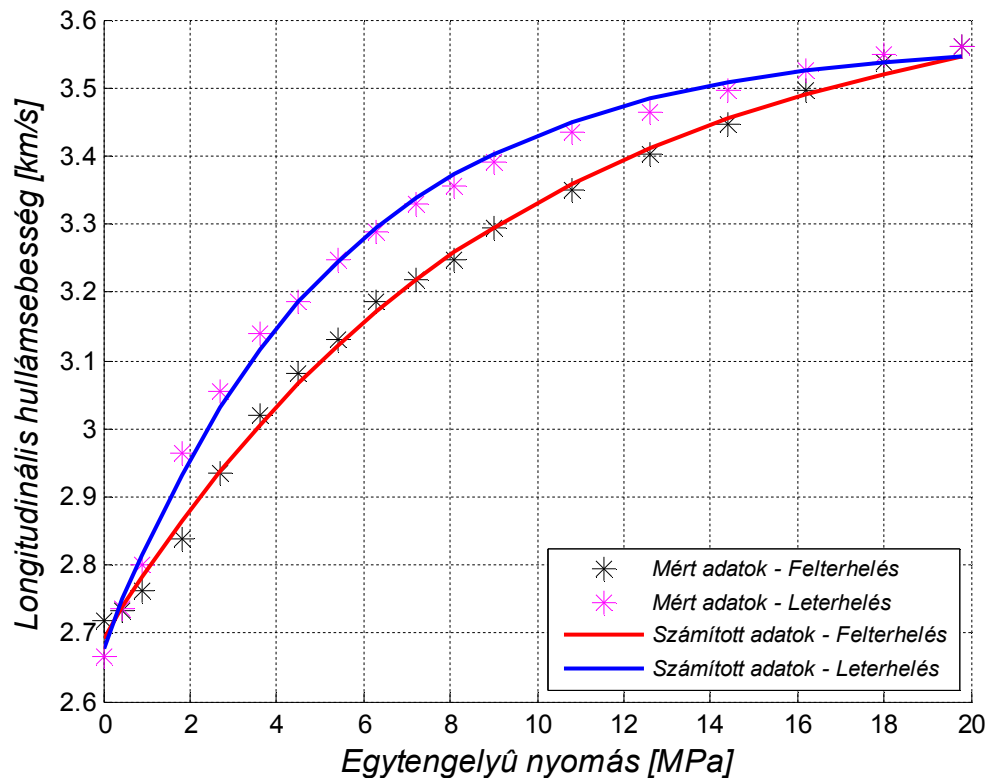
$$m = (v_0, \Delta v_0, v_I, \Delta v_I, \lambda, \lambda')$$

Az inverz feladat túlhatározottsága miatt itt is a legkisebb négyzetek elvén alapuló algoritmust alkalmazom. Az inverziós eljárás eredményét a 11. táblázat tartalmazza.

11. táblázat: Fel-és leterhelésnél mért longitudinális hullámsebesség adatok együttes inverziós feldolgozása során meghatározott modellparaméterek és becsült hibák

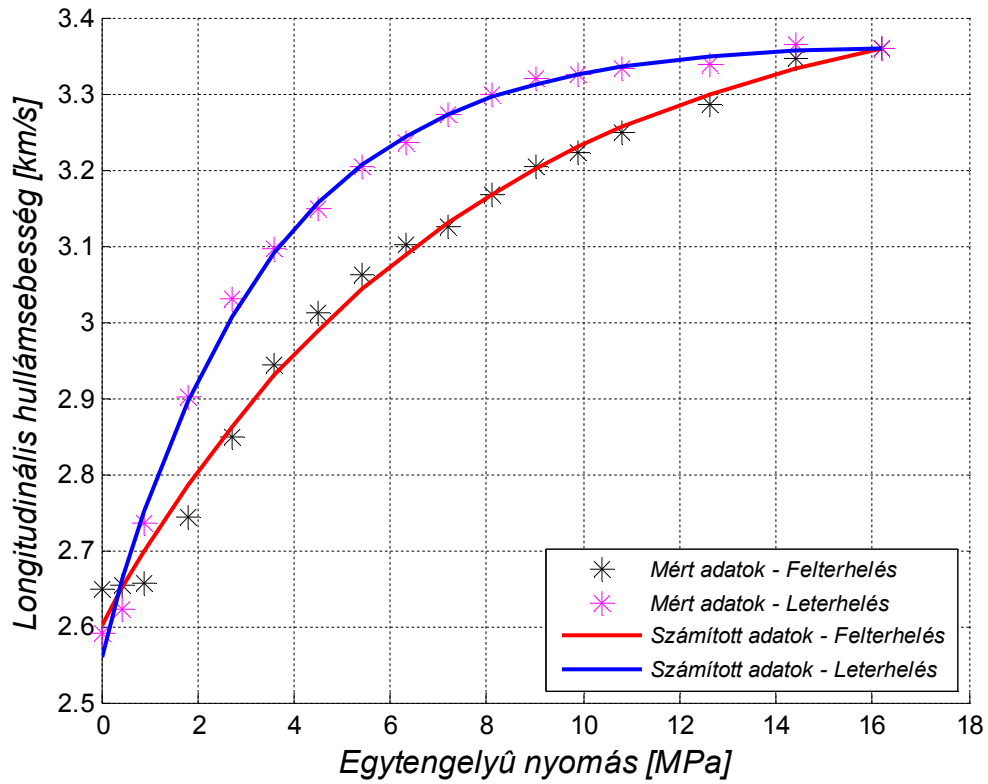
Minta	Felterhelés			Leterhelés		
	$v_0$ (km/s)	$\Delta v_0$ (km/s)	$\lambda$ (1/MPa)	$v_I$ (km/s)	$\Delta v_I$ (km/s)	$\lambda'$ (1/MPa)
A	2,69 (±0,0083)	0,85 (±0,0187)	0,1062 (±0,0051)	2,67 (±0,0078)	0,89 (±0,0028)	0,1926 (±0,0070)
B	2,60 (±0,0134)	0,76 (±0,0295)	0,1334 (±0,0114)	2,56 (±0,0012)	0,81 (±0,0112))	0,2988 (±0,0069)
C	1,96 (±0,0221)	1,41 (±0,0808)	0,1385 (±0,0144)	2,09 (±0,0070)	1,29 (±0,0213)	0,3229 (±0,0177)
D	2,61 (±0,0043)	0,92 (±0,0184)	0,1137 (±0,0039)	2,55 (±0,0013)	0,99 (±0,0141)	0,3467 (±0,0088)

A modellparaméterekkel meghatározhatók a fel-, és leterhelés esetén érvényes sebességnyomás függvények (folytonos vonal), melyek a mérési adatok mellett (szimbólumok) a 22-25. ábrákon láthatóak.

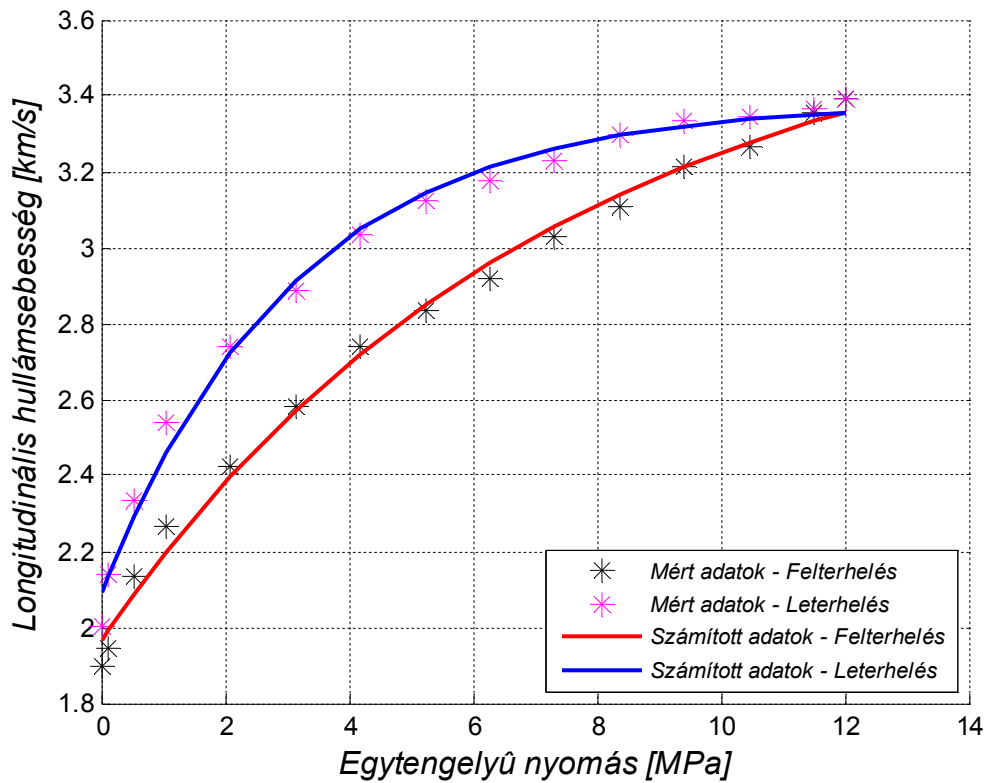


22. ábra: Az A jelű kőzetminta fel-, és leterhelésénél mért, valamint inverzióval számított sebesség-nyomás függvénye

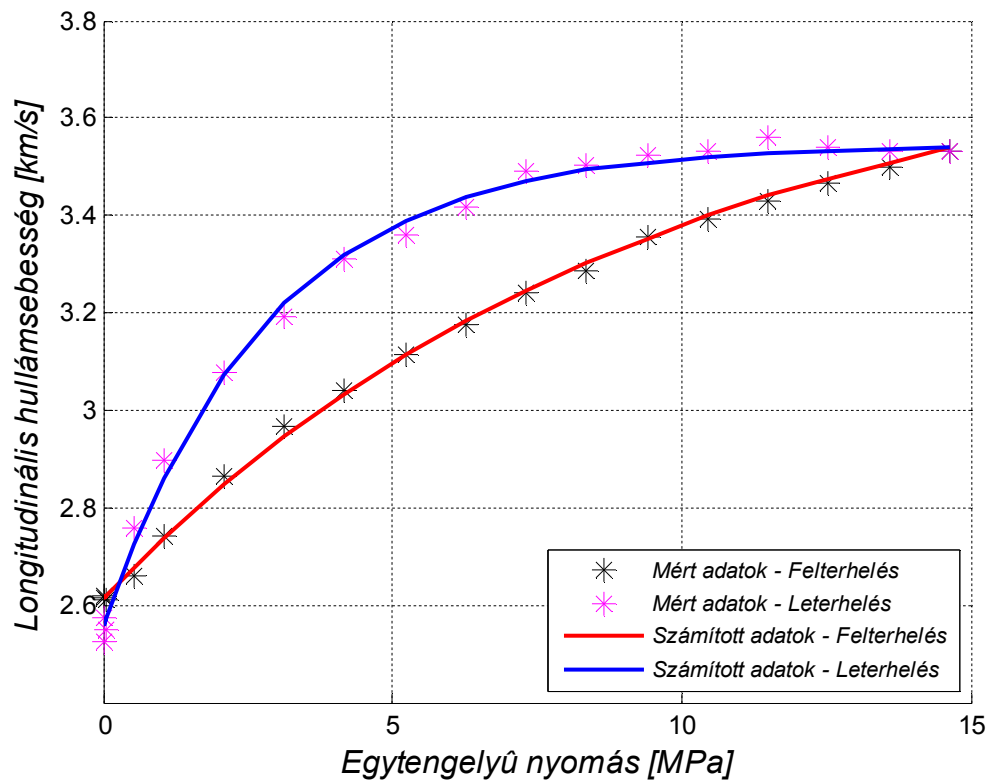
Láthatjuk, hogy a számított adatok kiválóan illeszkednek a mért adatokhoz, ami alapján elmondható, hogy a modellegyenletek jól jellemzik a fel-, és leterhelési szakaszt, így az akusztikus hiszterézis fizikai magyarázatára bevezetett kőzetfizikai modell helyes. Kutatásaim során számos kőzetminta esetében hasonlóan jó egyezést kaptam. Az elméleti görbéket is tartalmazó ábrák alapján talán még jobban látszik, hogy a fel-, és leterhelési görbék között szignifikáns eltérés mutatkozik, valamint hogy, a leterhelési görbe a kis feszültségek tartományában metszi a felterhelési görbét, az alá esik. Ahogy már említettem ennek az az oka, hogy kis mértékben ugyan, de túlléptünk a linearitás tartományán és ezzel új mikrorepedéseket hoztunk létre a kőzetmintában. Az új mikrorepedések keletkezését is figyelembe vevő kőzetfizikai modell megalkotása lehetséges, de a jelen értekezés kereteit meghaladja.



23. ábra: A B jelű kőzetminta fel-, és leterhelésénél mért, valamint inverzióval számított sebesség-nyomás függvénye



24. ábra: A C jelű kőzetminta fel-, és leterhelésénél mért, valamint inverzióval számított sebesség-nyomás függvénye



25. ábra: A D jelű kőzetminta fel-, és leterhelésénél mért, valamint inverzióval számított sebesség-nyomás függvénye

Az inverziós eljárás megbízhatóságának jellemzése érdekében relatív adattérbeli távolságot számoltam (az erre alkalmazott (6.2.3.1.) formulában szereplő mennyiségek most a fel-, és leterhelési szakaszban mért, illetve számított terjedési sebességek), valamint az átlagkorrelációkat is meghatároztam. Az egyes mintákra vonatkozó relatív adattérbeli távolságokat és átlagkorrelációkat a 12. táblázat tartalmazza.

12. táblázat: Az egyes mintákra vonatkozó relatív adattérbeli távolságok és átlagkorrelációk

<b>Minta</b>	<b>D (%)</b>	<b>S</b>
A	0,47	0,4553
B	0,66	0,4523
C	1,62	0,4555
D	0,55	0,4505

Látható, hogy a minták esetében számított illeszkedési hibák 1% körüliek, valamint az átlagkorrelációk 0,46 alattiak voltak. Az inverziós paraméterbecslés pontosságát a bemutatott eredmények alátámasztják és megerősítik a kifejlesztett kőzetfizikai modellek alkalmazhatóságát.

### **7.3. Az eredmények értékelése**

A fejezetben az akusztikus hiszterézis modell paramétereinek együttes inverziós meghatározása alapján az 5. tézisem c) pontját az alábbiak szerint fogalmaztam meg.

#### **5. tézis**

„A 4. tézisben szereplő kőzetfizikai modellekben bevezetett modellparamétereket laboratóriumi mérési adatokat felhasználva a lineáris geofizikai inverzió módszereivel meghatároztam.

c) A 4c) altézispontban a fel-, illetve leterhelési szakaszra meghatározott függvények, mint modellegyenletek alapján, valamint mindkét terhelési szakasz esetén kőzetmintákon végzett saját laboratóriumi (longitudinális) sebesség adatok felhasználásával együttes inverziós eljárást dolgoztam ki az akusztikus hiszterézis modellparamétereinek ( $v_0, \Delta v_0, v_l, \Delta v_l, \lambda, \lambda'$ ) meghatározására.

Az együttes inverziós vizsgálataim eredményeként kapott kőzetfizikai modellparaméterekkel számított adatok a laboratóriumi mérési adatokkal - műszaki szempontból minden tekintetben - megfelelő egyezést mutatnak.”

## 8. Összefoglalás

Az akusztikus hullámterjedés jellemzői (sebesség, jósági tényező) a kőzetek fontos mechanikai tulajdonságairól hordoznak információt, ezért a kőzetparaméterek laboratóriumi és in-situ vizsgálatában ezek meghatározása gyakori feladat. A tároló kőzetekben a hullámterjedési jellemzők nyomásfüggésének ismerete fontos előfeltétele annak is, hogy szeizmikus méréseket kőzetfizikai paraméterek vonatkozásában értelmezni tudjunk. Emiatt doktori értekezésemben a rugalmas hullámok abszorpciós-diszperziós jellemzőinek nyomásfüggésével foglalkoztam.

Munkám során áttekintettem a szakirodalomban közölt, a nyomásfüggés leírására szolgáló kvalitatív modelleket és bemutattam a hullámterjedési jellemzők mérésének főbb módszereit, valamint röviden összefoglaltam a nyomásfüggés regressziós leírására vonatkozó irodalmi előzményeket.

A szakirodalomban gyakran találkozunk empirikus megfontolások alapján feltételezett formulák paramétereinek regressziós illesztésével, ily módon írnak fel egyenleteket a terjedési sebesség nyomásfüggésének leírására. Ez a megközelítés azonban nem tekinthető kőzetfizikai modellalkotásnak, mivel a terjedési jellemzők nyomásfüggését nem vezetik vissza petrofizikai anyagjellemzőkre (pl. fajlagos repedésszám) és a regresszió útján meghatározott paraméterekkel felírt formulák csupán egy adott kőzetmintára és nem a kőzetek viszonylag széles körére vonatkoznak. Laboratóriumi mérési adatok megfelelő értelmezéséhez olyan kvantitatív modellre van szükség, amely fizikai magyarázatot is ad a jelenségre, így munkám során, a bemutatott regressziós formulákon túllépve, a kőzet specifikus fizikai jellemzőit feltárva alkotok fizikai modellt és adok a kőzetek széles körére érvényes magyarázatot a nyomásfüggés jelenségére. Kutatásaim során a kvalitatív irodalmi előzményeket elfogadva Brace és Walsh (1964) alapfeltevéséből indultam ki, mely szerint változó nyomás mellett a kőzetmintában mikrorepedések nyílnak és záródnak. Hasonlóan Birch (1960) elgondolását is alapul vettem, amely szerint a nyomás növekedésével a pórusok térfogata csökken, így növekvő terjedési sebesség, illetve jósági tényező mérhető a kőzetmintán. E fizikai elvekből kiindulva állítottam fel a jelenségeket leíró differenciálegyenleteket, melyek megoldásával könnyen értelmezhető formulákat vezettem le. A kifejlesztett modellek megadják az akusztikus hullám terjedési sebessége, ill. jósági tényezője, valamint a kőzetnyomás közti kapcsolatot a felterhelési szakaszra. Ezeket a megfontolásokat követve a leterhelési szakasz is leírhatóvá válik, ezért dolgozatomban a leterhelésre érvényes kőzetfizikai modellt is kidolgoztam. Ezáltal a fel-, és leterhelési

szakaszra kifejlesztett modellek egyesítésével lehetővé vált az akusztikus hiszterézis leírására alkalmas kőzetfizikai modell felállítása.

A kőzetfizikai modellek gyakorlatban való alkalmazhatóságának igazolása céljából a modelleket részben szakirodalomban publikált, részben a Geofizika Tanszéken nyomás alatt mért akusztikus adatokon teszteltem. A modellegyenletekben szereplő paramétereket lineáris (részben együttes) inverziós eljárással határoztam meg. A paraméterek ismeretében a kőzetfizikai modellek alapján számított adatokat a mérési adatokkal összevetve jó egyezést találtam, ami bizonyítja, hogy a dolgozatban bevezetett kőzetfizikai modellek a valóságot megfelelően tükrözik.

Az inverziós feldolgozás során relatív adattérbeli távolságot számoltam, amely pl. az akusztikus sebesség modell esetén 1% alatti értéket hozott. Kutatásaim során megadtam a modellparaméterek becsült hibáját, valamint minden feldolgozott mérési adatrendszerhez a korrelációs mátrixot és az átlagkorrelációt is. Az átlagkorreláció mindegyik minta esetében 0,5 alatti volt, mely az inverziós eredmények megbízhatóságát támasztja alá. A fentiek szerinti minősített inverzióval előállított modellparaméterek ismeretében új, a petrofizikai gyakorlat számára közvetlenül alkalmazható kőzetfizikai vizsgálati módszer bevezetésére nyílt lehetőség.

## **Köszönetnyilvánítás**

*Elsőként szeretnék köszönetet mondani témavezetői munkájáért Dr. Dobróka Mihály professzor úrnak, a Miskolci Egyetem Geofizikai Tanszék egyetemi tanárának. Köszönöm lelkiismeretes oktatói és nevelői munkáját, valamint a számos korszerű tudományos ismeretet, melyet széles körű szakmai tapasztalata alapján átadott nekem. Örömet fejezem ki, hogy közös munkánk során bölcs tanácsokkal, valamint tudományos szemlélettel látott el, és gondosan irányította eddigi szakmai fejlődésemet.*

*Mint a Miskolci Egyetem Geofizikai Tanszékének tudományos segédmunkatársa köszönetemet fejezem ki oktató és doktorandusz kollegáimnak szakmai segítségükért, és azért a nyugodt munkahelyi légkörért, melyben doktori munkámat végezhettem.*

*Végül szeretnék köszönetet mondani családom tagjainak, Férjemnek, Édesanyámnak, Édesapámnak, akik szerető gondoskodásukkal és önzetlen segítő szándékukkal lehetővé tették tanulmányaim és munkám kiteljesedését.*

*„A tanulmány/kutató munka a TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0008 jelű projekt részeként – az Új Magyarország Fejlesztési Terv keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.”*

**Irodalomjegyzék**

- Anselmetti F.S., Eberli G.P. 1997. Sonic velocity in carbonate sediments and rock. In: I. Palaz , K.J. Marfurt (eds.): Carbonate Seismology SEG, 53–74.
- Best A.I. 1997. The effect of pressure on ultrasonic velocity and attenuation in near-surface sedimentary rocks. *Geophysical Prospecting*, 45, 345-364. doi:10.1046/j.1365-2478.1997.00344
- Biot M.A. 1956a. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solids, I: Low frequency range. *Journal of the Acoustical Society of America*, 28, 168-178. doi:10.1121/1.1908239
- Biot M.A. 1956b. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solids, II: High frequency range. *Journal of the Acoustical Society of America*, 28, 179-191. doi:10.1121/1.1908241
- Birch F. 1960. The velocity of compression waves in rocks to 10 kilobars, Part 1. *Journal of Geophysics Research*, 65, 1083-1102. doi:10.1029/JZ065i004p01083
- Bland D.R. 1960. *The theory of linear viscoelasticity*, Pergamon Press, Oxford.
- Brace W.F., Walsh J. B. 1964. A fracture criterion for brittle anisotropic rock. *J. Geophys. Res.*, 69, 3449-3456.
- Darot M., Reuschlé T. 2000. Acoustic wave velocity and permeability evolution during pressure cycles on a thermally cracked granite. *Int. J. of Rock Mech. Min. Sci.*, 37, 1019-1026.
- Dobróka M. 1987. Love seam-waves in a horizontally inhomogeneous three-layered medium. *Geoph. Prosp.*, 35, 512-516.
- Dobróka M. 1988. On the absorption-dispersion characteristics of channel waves propagating in coal seams of varying thickness. *Geoph. Prosp.*, 36, 318-331.
- Dobróka M. 1991. *Fejezetek az elméleti fizikából*. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Dobróka M. 2001. *Bevezetés a geofizikai inverzióba*. Miskolci Egyetemi Kiadó, Miskolc.
- Dobróka M., Ormos T. 2008. Laboratóriumi mérések és korszerű szelvényelemzések együttes alkalmazása inverziós eljárással. *Kutatási jelentés*, Miskolc.
- Dobróka M., Ormos T., Vass P., Szegedi H., Herczeg Á., Molnár J., Paripás N. 2009. Laboratóriumi mérések és korszerű szelvényelemzések együttes alkalmazása inverziós eljárással. *Kutatási jelentés*, Miskolc.

- Dobróka M., Szabó N. 2011. Interval inversion of well-logging data for objective determination of textural parameters. *Acta Geophys.*, 59(5), 907-934.
- Dobróka M., Somogyiné Molnár J. 2012a. Kőzetfizikai modell az akusztikus hiszterézis leírására. *Magyar Geofizika*, 53(2), 73-79.
- Dobróka M., Somogyi Molnár J. 2012b. The pressure dependence of acoustic velocity and quality factor - New petrophysical models. *Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica*, 47(2), 149-160.
- Dobróka M., Somogyi Molnár J. 2012c. New petrophysical model describing the pressure dependence of seismic velocity. *Acta Geophysica*, 60(2), 371-383.
- Dunn K.J. 1987. Sample boundary effect in acoustic attenuation of fluid-saturated porous cylinders. *Journal of the Acoustical Society of America*, 81, 1259- 1266.
- Frempong P., Butt S., Donald A. 2005. Frequency dependent spectral ratio technique for Q estimate. *Proceedings, Rainbow in the Earth – 2nd International Workshop, Berkeley, California, August 17-18.*
- Gordon R. B., Davis L. A. 1968. Velocity and attenuation of seismic waves in imperfectly elastic rock. *Journal of Geophysical Research*, 73, 3917–3935. doi: 10.1029/JB073i012p03917
- Gyulai Á. 1989. Parameter sensitivity of underground DC measurements. *Geophysical Transactions*, 35(3), 209-225.
- Han T., Best A.I., Sothcott J., MacGregor L.M. 2011. Pressure effects on joint elastic-electrical properties of reservoir sandstones. *Geophysical Prospecting*, 59, 506-517. doi:10.1111/j.1365-2478.2010.00939.x
- Hamilton E.L. 1976. Attenuation of shear waves in marine sediments. *Journal of the Acoustical Society of America*, 60(2), 334–338.
- Hashin Z., Shtrikman S. 1963. A variation approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials. *J. Mech. Phys. Solids*, 11, 127– 140.
- Hassan A., Vega S. 2009. A study of seismic velocities and differential pressure dependence in a Middle East carbonate reservoir. *SEG Houston 2009 International Exposition and Annual Meeting.*
- He T., Schmitt D.R. 2006. Velocity measurements of conglomerates and pressure sensitivity analysis of AVA response. *SEG/New Orleans 2006 Annual Meeting.*
- Hill R. 1963. Elastic properties of reinforced solids: Some theoretical principles. *J. Mech. Phys. Solids*, 11, 357–372.

- Hunter A. N., Legge R., Matsukawa E. 1961. Measurements of acoustic attenuation and velocity in sand. *Acoustica* 11(1), 26–31.
- Ji S., Wang Q., Marcotte D., Salisbury M.H., Xu Z. 2007. P wave velocities, anisotropy and hysteresis in ultrahigh-pressure metamorphic rocks as a function of confining pressure. *J. Geophys. Res.*, 112, B09204.
- Ji S.C., Wang Q., Xia B. 2002. *Handbook of Seismic Properties of Minerals, Rocks, Ores*. Polytechnic International Press, Montreal, Canada.
- Johnston D.H., Toksöz M.N., Timur A. 1979. Attenuation of seismic waves in dry and saturated rocks, II. Mechanism. *Geophysics*, 44(4), 691-711. doi:10.1190/1.1440970
- Jones L.A., Wang H.F. 1981. Ultrasonic velocities in Cretaceous shales from the Williston basin. *Geophysics*, 46, 288–297.
- Khazanehdari J., McCann C. 2005. Acoustic and petrophysical relationships in low-shale sandstone reservoir rocks. *Geophysical Prospecting*, 53, 447–461. doi: 10.1111/j.1365-2478.2005.00460.x
- Knopoff L. 1965. Attenuation of elastic waves in the earth. In: Mason W. S. (ed): *Physical acoustics*, Academic Press, New York. IIIB, 287–324.
- Kuster G., Toksöz M. N. 1974. Velocity and attenuation of seismic waves in two-phase media, part I: Theoretical formulations. *Geophysics*, 39, 587–606.
- Lucet N., Rasolofosaon N.J.P., Zinszner B. 1991. Sonic properties of rocks under confining pressure using the resonant bar technique. *Journal of the Acoustical Society of America*, 89, 980-990.
- Lucet N., Zinszner B. 1992. Effects of heterogeneities and anisotropy on sonic and ultrasonic attenuation in rocks. *Geophysics*, 57(8), 1018-1026. doi:10.1190/1.1443313
- Meglis I.L., Greenfield R.J., Engelder T., Graham E.K. 1996. Pressure dependence of velocity and attenuation and its relationship to crack closure in crystalline rocks. *Journal of Geophysics Research*, 101(B8), 17523-17533. doi:10.1029/96JB00107
- Menke W. 1984. *Geophysical data analysis – Discrete inverse theory*. Academic Press, Inc. London Ltd.
- Murphy W.F. 1982. Effects of partial water saturation on attenuation in Massillon sandstone and Vycor porous glass. *Journal of the Acoustical Society of America*, 71, 1458-1468.
- Nur A., Simmons G. 1969. The effect of saturation on velocity in low porosity rocks. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 7, 183-193.

- O'Doherty R. F., Anstey N. A. 1971. Reflections on amplitudes. *Geophysical Prospecting*, 19, 430–458. doi:10.1111/j.1365-2478.1971.tb00610.x
- Paffenholz J., Burkhardt H. 1989. Absorption and modulus measurements in the seismic frequency and strain range on partially saturated sedimentary rocks. *Journal of Geophysical Research*, 94, 9493-9507. doi:10.1029/JB094iB07p09493
- Prasad M., Meissner R. 1992. Attenuation mechanisms in sands: Laboratory versus theoretical (Biot) data. *Geophysics* 57(5), 710–719. doi: 10.1190/1.1443284
- Prasad M., Manghnani M.H. 1997. Effects of pore and differential pressure on compressional wave velocity and quality factor in Berea and Michigan sandstones. *Geophysics*, 62(4), 1163-1176.
- Prasad M. 2002. Acoustic measurements in unconsolidated sands at low effective pressure and overpressure detection. *Geophysics*, 67(2), 405-412.
- Rudenko O.V., Robsman V.A. 2004. Nonlinear process in media with an acoustic hysteresis and the problems of dynamic interaction between piles and earth foundation. *Acoust. Phys.*, 50(6), 725-731.
- Schön J.H. 1996. Physical properties of rocks: fundamentals and principles of petrophysics. In: Helbig K. and Treitel S.(eds): *Handbook of Geophysical Exploration. Seismic exploration*, Pergamon Press, Trowbridge, Volume 18.
- Sengun N., Altindag R., Demirdag S., Yavuz H. 2011. P-wave velocity and Schmidt rebound hardness value of rocks under uniaxial compressional loading. *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci.*, 48, 693-696.
- Singh R., Rai C., Sondergeld C. 2006. Pressure dependence of elastic wave velocities in sandstones. SEG/New Orleans 2006 Annual Meeting.
- Scholz C.H., Kranz R. 1974. Notes on dilatancy recovery. *J. Geophys. Res.*, 79, 2132-2135.
- Somogyiné Molnár J., Dobróka M. 2011. A szeizmikus/akusztikus sebesség és a jósági tényező közetnyomástól való függését leíró közetfizikai modellek. *Magyar Geofizika*, 52(3), 128-134.
- Spencer J.W. 1981. Stress relaxations at low frequencies in fluid saturated rocks: attenuation and modulus dispersion. *Journal of Geophysical Research*, 86, 1803-1812. doi:10.1051/jphyscol:19815182
- Stacey T.R. 1976. Seismic assessment of rock masses. *Symp. on Exploration for Rock Engineering*, Johannesburg, 2, 113-117.

- Szalai S., Szarka L. 2008. Parameter sensitivity maps of surface geoelectric arrays, I. Linear arrays. *Acta Geod. Geoph. Hung.*, 43, 419-437.
- Takács E. 1989. Kőzetek feszültségállapot változásával együtt járó fizikai jelenségek kutatása. Részjelentés, Miskolc.
- Toksöz M.N., Johnston D.H., Timur A. 1979. Attenuation of seismic waves in dry and saturated rocks: I. Laboratory measurements. *Geophysics*, 44(4), 681-690. doi:10.1190/1.1440969
- Toksöz M. N., Johnston D.H. 1981. Preface. In: SEG Geophysics reprint series No. 2 Seismic Wave Attenuation, pp. 1–5. SEG Tulsa/Oklahoma
- Wang H., Todd T., Weidner D., Simmons G. 1971. Elastic properties of Apollo 12 rocks. In: Proc. 2-nd Lunar Science Conference, vol. 3, Mass. Inst. Technol. Press, 2327–2336.
- Wang Q., Ji S.C., Salisbury M.H., Pan M.B., Xia B., Xu Z.Q. 2005. Pressure dependence and anisotropy of P-wave velocities in ultrahigh-pressure metamorphic rocks from the Dabie-Sulu orogenic belt (China): Implications for seismic properties of subducted slabs and origin of mantle reflections. *Tectonophys.*, 398, 67– 99.
- Wepfer W.W., Christensen N.I. 1991. A seismic velocity-confining pressure relation, with applications. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 28, 451– 456.
- Walsh J. B. 1966. Seismic wave attenuation in rock due to friction. *Journal of Geophysical Research*, 71, 2591–2599. doi:10.1029/JZ071i010p02591
- White J. E. 1966. Static friction as a source of seismic attenuation. *Geophysics*, 31(2), 333–339. doi: 10.1190/1.1439773
- Winkler K. 1985. Dispersion analysis of velocity and attenuation in Berea sandstone. *Journal of Geophysical Research*, 90, 6783-6800.
- Wyllie M.R.J., Gregory A.R., Gardner G.H.F. 1958. An experimental investigation of factors affecting elastic wave velocities in porous media. *Geophysics*, 23(3),459-493.
- Yu G., Vozoff K., Durney D.W. 1993. The influence of confining pressure and water saturation on dynamic elastic properties of some Permian coals. *Geophysics*, 58(1), 30-38. doi:10.1190/1.1443349